九章算術

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

九章算術

劉徽注

李淳風注釋

本館據聚珍版叢
書本排印初編各
叢書僅有此本

九章算術

提要

臣等謹案。九章算術九卷。蓋周禮保氏之遺法。不知何人所傳。永樂大典引古今事通曰。王孝通言周公制禮。有九章之名。其理幽而微。其形祕而約。張蒼删補殘缺。校其條目。頗與古術不同。云云。今考書有長安上林之名。上林苑在武帝時。蒼在漢初。何緣預載。知述是書者。在西漢中葉後矣。舊本有注。題曰劉徽所作。考晉書稱魏景元四年。劉徽注九章。然注中所云晉武庫銅斛。則徽入晉之後。又有增損矣。又有注釋。題曰李淳風所作。考唐書稱淳風等奉詔注九章算術。爲算經十書之首。國子監置算學生三十人。習九章及海島算經。共限三歲。蓋卽是時作也。北宋以來。其術罕傳。自沈括夢溪筆談以外。士大夫少留意者。書遂幾於散佚。泊南宋慶元中。鮑瀚之始得其本於楊忠輔家。因傳寫以入祕閣。然流傳不廣。至明又亡。故二三百年來。算術之家。未有得睹其全者。惟分載於永樂大典者。依類裒輯。尙九篇具在。考鮑瀚之後序。稱唐以來所傳舊圖。至宋已亡。又稱盈不足方程之篇。咸缺淳風注文。今校其所言。一一悉合。知卽慶元之舊本。蓋顯於唐。晦於宋。亡於明。而幸逢聖代表章之盛。復完於今。其隱其見。若有數默存於其間。

非偶然矣。謹排纂成編。併考訂訛異。各付案語於下方。其注中指狀表目。如朱實青實黃實之類。皆就圖中所列而言。圖既不存。則其注猝不易曉。今推尋注意。爲之補圖。以成完帙。算數莫古於九數。九數莫古於是書。雖新法屢更。愈推愈密。而窮源探本。要百變不離其宗。錄而傳之。固今古算學之弁冕矣。

劉徽九章算術注原序

昔在庖犧氏始畫八卦。以通神明之德。以類萬物之情。作九九之數。以合六爻之變。暨於黃帝。神而化之。引而伸之。於是建歷紀。協律呂。用稽道原。然後兩儀四象。精微之氣。可得而效焉。記稱隸首作數。其詳未之聞也。按周公制禮。而有九數。九數之流。則九章是矣。往者暴秦焚書。經術散壞。自時厥後。漢北平侯張蒼大司農中丞耿壽昌。皆以善算命世。蒼等因舊文之遺殘。各稱刪補。故校其目。則與古或異。而所論者多近語也。徽幼習九章。長再詳覽。觀陰陽之割裂。總算術之根源。探賾之暇。遂悟其意。是以敢竭頑魯。采其所見。爲之作注。事類相推。各有攸歸。故枝條雖分。而同本榦者。知發其一端而已。又所析理以辭。解體用圖。庶亦約而能周。通而不黷。覽之者思過半矣。且算在六藝。古者以賓興賢能。教習國子。雖曰九數。其能窮纖入微。探測無方。至於以法相傳。亦猶規矩度量。可得而共。非特難爲也。當今好之者寡。故世雖多通才達學。而未必能綜於此耳。周官大司徒職。夏至日中立八尺之表。其景尺有五寸。謂之地中。說云南戴日下萬五千里。夫云爾者。以術推之。案九章立四表望遠、及因木望山之術。皆端旁互見。無有超邈若斯之類。然則蒼等爲術。猶未足以博盡羣數也。徽尋九數有重差之名。原其指趣。乃所以施於此也。凡望極高測絕深而兼知其遠者。必用重差。句股則必以重差爲率。故曰重差也。立兩表於洛陽之城。令高八

卷六
均輸
卷七
盈朒
卷八
方程
卷九
勾股
附錄
九章算術音義

九章算術卷一

晉劉徽注
唐李淳風注釋

方田以御田疇界域

今有田廣十五步。從十六步。問爲田幾何。答曰。一畝。

又有田廣十二步。從十四步。問爲田幾何。答曰。一百六十八步。

方田術曰。廣從步數相乘。得積步。

此積、爲田冪。凡廣從相乘、謂之冪。

淳風等按。經云廣從相乘得積步。注云廣從相乘謂之冪。觀斯注意。積冪義同。以理推之。固當不爾。何則。冪是方面單布之名。積乃衆數聚居之稱。循名責實。二者全殊。雖欲同之。竊恐不可。今以凡言冪者。據廣從之一方。其言積者。舉衆步之都數。經云相乘得積步。卽是都數之明文。注云謂之爲冪。全乖積步之本意。此注前云積爲田冪。於理得通。復云謂之爲冪。繁而不當。今者注釋。存善去非。略爲科簡。遺諸後學。

以畝法二百四十步除之。卽畝數。百畝爲一頃。

淳風等按此爲篇端故特舉頃畝二法餘數不復言者從此可知一畝之田廣十五步從而疏之令爲十五行則每行廣一步而從十六步又橫而截之令爲十六行則每行廣一步而從十五步此卽從疏橫截之步各自爲方凡有二百四十步一畝之地步數正同以此言之則廣從相乘得積步驗矣二百四十步者畝法也百畝者頃法也故以除之卽得

今有田廣一里從一里問爲田幾何答曰三頃七十五畝

又有田廣二里從三里問爲田幾何答曰二十二頃五十畝

里田術曰廣從里數相乘得積里以三百七十五乘之卽畝數

按此術廣從里數相乘得積里方里之中有三頃七十五畝故以乘之卽得畝數也

今有十八分之十二問約之得幾何答曰三分之二

又有九十一分之四十九問約之得幾何答曰十三分之七

約分

按約分者物之數量不可悉全必以分言之分之爲數繁則難用設有四分之二者繁而言之亦可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸爾法實相推動有參差故爲術者先治諸分

術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等數約之

等數約之。卽除也。其所以相減者。皆等數之重疊。故以等數約之。

今有三分之一。五分之二。問合之得幾何。答曰。十五分之十一。

又有三分之二。七分之四。九分之五。問合之得幾何。答曰。得一六十三分之五十。

又有二分之一。三分之二。四分之三。五分之四。問合之得幾何。答曰。得二六十分之四十三。

合分

淳風等按。合分。知數非一端。分無定準。諸分子雜互。羣母參差。麤細旣殊。理難從一。故齊其衆分。同其羣母。令可相併。故曰合分。

術曰。母互乘子。幷以爲實。母相乘爲法。

母互乘子。約而言之者。其分麤繁而言之者。其分細。雖則麤細有殊。然其實一也。衆雖錯雜。非細不會。乘而散之。所以通之。通之則可幷也。凡母互乘子。謂之齊。羣母相乘。謂之同。同者相與通同。共一母也。齊者子與母齊。勢不可失本數也。方以類聚。物以羣分。數同類者無遠。數異類者無近。遠而通體。知雖異位。而相從也。近而殊形。知雖同列。而相違也。然則齊同之術、要矣。錯綜度數。動之斯諧。其猶佩觿解結。無往而不理焉。乘以散之。約以聚之。齊同以通之。此其算之綱紀乎。其一術者。可令母除爲率。率乘子爲齊。

實如法而一。不滿法者。以法命之。

今欲求其實。故齊其子。又同其母。令如母而一。其餘以等數約之。即得知所謂同法爲母。實餘爲子。皆從此例。

其母同者。直相從之。

今有九分之八。減其五分之一。問餘幾何。答曰。四十五分之三十一。

又有四分之三。減其三分之一。問餘幾何。答曰。十二分之五。

減分

淳風等按。諸分子母數各不同。欲知餘幾。減餘爲實。故曰減分。

術曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。

母互乘子者。知以齊其子也。以少減多者。知齊故可相減也。母相乘爲法者。同其母也。母同子齊。故如母而一。即得。

今有八分之五。二十五分之十六。問孰多。多幾何。答曰。二十五分之十六多。多二百分之三。

又有九分之八。七分之六。問孰多。多幾何。答曰。九分之八多。多六十三分之二。

又有二十一分之八。五十分之十七。問孰多。多幾何。答曰。二十一分之八多。多一千五十分之四十三。

課分

淳風等按。分各異名。理不齊一。較其相近之數。故曰課分也。

術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法實如法而一卽相多也

淳風等按此術母互乘子以少分減多分與減分義同惟相多之數意與減分有異減分知其餘數有幾課分知其餘數相多也

今有三分之一三分之二四分之三問減多益少各幾何而平答曰減四分之三者二三分之二者一幷以益三分之一而各平於十二分之七

又有二分之一三分之二四分之三問減多益少各幾何而平答曰減三分之二者一四分之三者四幷以益二分之一而各平於三十六分之二十三

平分

淳風等按平分知諸分參差欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分也

術曰母互乘子

齊其子也

副幷爲平實

淳風等按母互乘子副幷爲平實知定此平實主限衆子所當損益知限爲平

案此注有舛誤據首問第二數母三第三數母四互乘第一數子一得十二第一數母三第三數母四互乘第二數子二得二十四第一第二數母各三互乘第三數子三得二十七幷之共六十三爲平實母三三相乘又與四乘得三十六爲法列數凡三卽以三乘十二得三十六乘二十四得七十二乘二十七得八十一爲

列實亦以三乘法三十六得一百八平實六十三減列實三十六少二十七減七十二餘九減八十一餘十八約之九爲一則十八爲二而二十七爲三平實六十三爲七法一百八爲十二命爲十二分之七設以十二作三數三分之一則四也三分之二則八也四分之三則九也定平實七立限八減一九減二皆七所減之一二益於四亦七損多益少適如其限宜云定此平實立限如限爲平立訛作主如訛作知遂不可通

母相乘爲法

母相乘爲法知亦齊其子又同其母

以列數乘未幷者各自爲列實亦以列數乘法

此當副幷列數爲平實若然則重有分故反以列數乘同齊

淳風等按問云所平之分多少不定或三或二列位無常平三知置位三重平二知置位二重凡此之例一準平分不可豫定多少故直云列數而已

以平實減列實餘約之爲所減幷所減以益於少以法命平實各得其平

今有七人分八錢三分錢之一問人得幾何答曰人得一錢二十一分錢之四

又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四分錢之三問人得幾何答曰人得二錢八分錢之一

經分

淳風等按經分者自合分已下皆與諸分相齊此乃直求一人之分以人數分所分故曰經分也

術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一有分者通之

母互乘子。知齊其子母相乘者。同其母。以母通之者。分母乘全、內子。散全則爲積分。積分則與子相通。故可令相從。凡數相與者謂之率。率率知自相與。通有分則可散。分重疊則約也。等除法實相與率也。故散分者。必令兩分母相乘爲法也。

重有分者同而通之。

又以法分母乘實。實分母乘法。此謂法實俱有分。故令分母各乘全分、內子。又令分母互乘上下。

今有田廣七分步之四。從五分步之三。問爲田幾何。答曰。三十五分步之十二。

又有田廣九分步之七。從十一分步之九。問爲田幾何。答曰。十一分步之七。

又有田廣五分步之四。從九分步之五。問爲田幾何。答曰。九分步之四。

乘分

淳風等按。乘分者。分母相乘爲法。子相乘爲實。故曰乘分。

術曰。母相乘爲法。子相乘爲實。實如法而一。

凡實不滿法者。而有母子之名。若有分以乘其實而長之。則亦滿法。乃爲全耳。又以子有所乘。故母當報除。報除者。實如法而一也。今子相乘。則母各當報除。因令分母相乘而連除也。此田有廣從。難以廣諭。設有問者曰。馬二十匹。直金十二斤。今賣馬二十匹。三十五人分之。人得幾何。答曰。三十五分斤之十二。其爲之也。當如經分術。以十二斤金爲實。三十五人爲法。設更言馬五匹。直金三斤。今賣馬四匹。

七人分之人得幾何答曰人得三十五分斤之十二其爲之也當齊其金人之數皆合初問人於經分矣然則分子相乘爲實者猶齊其金也母相乘爲法者猶齊其人也同其母爲二十馬無事於同但欲求齊而已又馬五匹直金三斤完金之率分而言之則爲一匹直金五分斤之三七人賣四匹馬一人賣七分馬之四分子與人交互相生所從言之異而計數則三術同歸也

今有田廣三步三分步之一從五步五分步之二問爲田幾何答曰十八步

又有田廣七步四分步之三從十五步九分步之五問爲田幾何答曰一百二十步九分步之五

又有田廣十八步七分步之五從二十三步十一分步之六問爲田幾何答曰一畝二百步十一分步之七

大廣田

淳風等按大廣田知初術直有全步而無餘分次術空有餘分而無全步此術先見全步復有餘分可以廣兼三術故曰大廣

術曰分母各乘其全分子從之

分母各乘其全分子從之者通全步內分子如此則母子皆爲實矣

相乘爲實分母相乘爲法

猶乘分也

實如法而一。

今爲術、廣從俱有分。當各自通其分。命母入者。須還出之。故令分母相乘爲法。而連除之。

今有圭田廣十二步。正從二十一步。問爲田幾何。答曰。一百二十六步。

又有圭田廣五步二分步之一。從八步三分步之二。問爲田幾何。答曰。二十三步六分步之五。

術曰。半廣以乘正從。

半廣。知以盈補虛。爲直田也。亦可半正從以乘廣。按半廣乘從。以取中平之數。故廣從相乘爲積步。畝法除之。卽得也。

今有斜田。一頭廣三十步。一頭廣四十二步。正從六十四步。問爲田幾何。答曰。九畝一百四十四步。

又有斜田。正廣六十五步。一畔從一百步。一畔從七十二步。問爲田幾何。答曰。二十三畝七十步。

術曰。幷兩斜而半之。以乘正從。若廣。又可半正從若廣。以乘幷。畝法而一。

幷而半之者。以盈補虛也。

今有箕田。舌廣二十步。踵闊五步。正從三十步。問爲田幾何。答曰。一畝一百三十五步。

又有箕田。舌廣一百一十七步。踵廣五十步。正從一百三十五步。問爲田幾何。答曰。四十六畝二百三十二步半。

術曰。幷踵舌而半之。以乘正從。畝法而一。

中分箕田。則爲兩斜田。故其術相似。又可幷踵舌半正從以乘之。

今有圓田。周三十步。徑十步。

淳風等按。術意以周三徑一爲率。周三十步。合徑十步。今依密率。合徑九步十一分步之六。

問爲田幾何。答曰。七十五步。

此於徽術。當爲田七十步一百五十七分步之一百三。

淳風等按。依密率。爲田七十一步二十二分步之一十三。

今有圓田。周一百八十一步。徑六十步三分步之一。

淳風等按。周三徑一。周一百八十一步。徑六十步三分步之一。依密率。徑五十七步二十二分步之一十三。

問爲田幾何。答曰。十一畝九十步十二分步之一。

此於徽術。當爲田十畝二百八步三百一十四分步之一百十三。

淳風等按。依密率。當爲田十畝二百五步八十八分步之八十七。

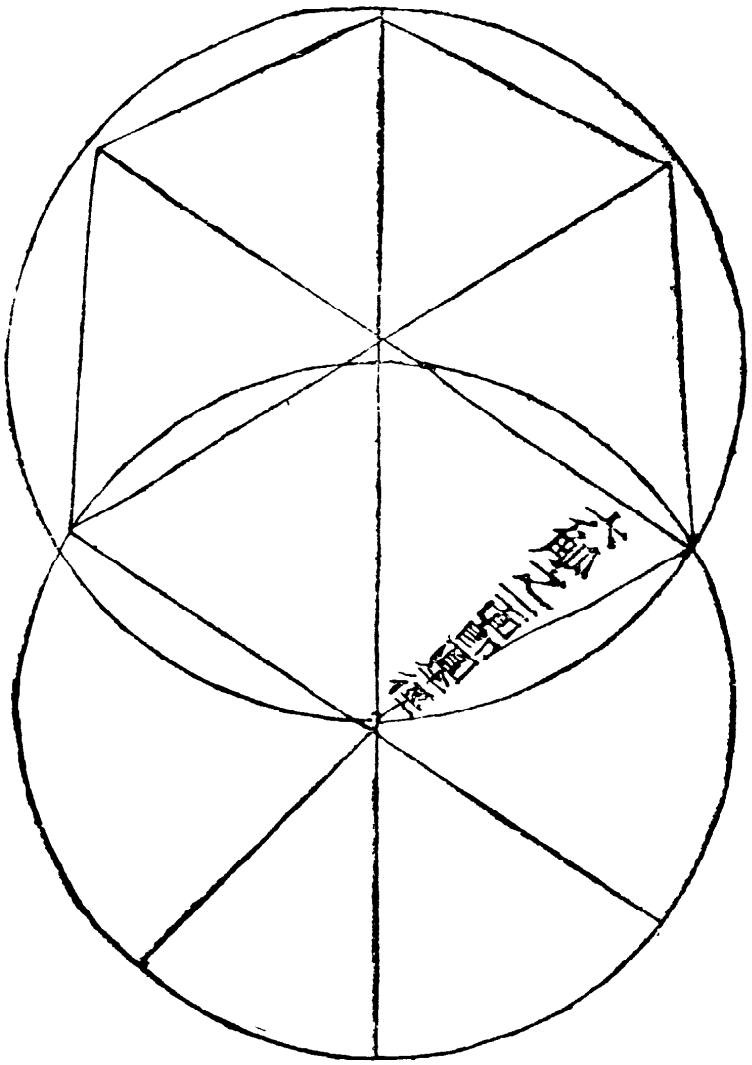
術曰。半周半徑相乘。得積步。

按半周爲從。半徑爲廣。故廣從相乘。爲積步也。假令圓徑二尺。圓中容六觚之一面。案六觚。原本訛作六弧。攷六角形。其平面亦有

六.六角形.其平面亦有六.古人謂之六觚六觚.若截圓形爲六.古人謂之弧背.其弧.即圓周.不得云圓中容六弧之一面.後或言弧或言觚.義各不同.原本觚皆訛作弧.遂蒙混不可通.今竝改正.

與圓徑之半.其數均等.合徑率一而外周率三也.案劉徽以周三徑一.乃六觚之率.圓內容六觚.其觚面適爲六弧之弦.圓周大於六觚之周.爲六弧背與六弧弦之差.其說非圖莫顯.今補圖.附於後.

圓內容六觚之圖



案劉徽以圓田用周三徑一爲率.乃圓內容六觚之周.圓周大於六觚之周.爲六觚背與六觚弦之差.疊兩圓觀之.六觚之一面.適得圓半徑.舊缺圖.今補.

又按爲圓以六觚之一面乘一弧半徑。案一弧二字衍當刪二因而六之。案此句有訛舛當改云三之上衍二因而三字得十二觚之冪。若又割之。次以十二觚之一面乘一弧之半徑。案一弧之三字亦衍當刪四因而六之。案此句亦有訛舛當云六之上衍四因而三字則得二十四觚之冪。割之彌細。所失彌少。割之又割。以至於不可割。則與圓周合體。而無所失矣。觚面之外又有餘徑。以面乘徑。則冪出觚表。若夫觚之細者。與圓合體。則表無餘徑。表無餘徑。則冪不外出矣。以一面乘半徑。觚而裁之。每輒自倍。故以半周乘半徑而爲圓冪。此一周徑謂至然之數。非周三徑一之率也。周三者。從其六觚之環耳。以推圓規多少之較。案較原本訛作覺今改正乃弓之與弦也。然世傳此法。莫肯精覈。學者踵古習其謬失。不有明據辯之斯難。凡物類形象。不圓則方。方圓之率。誠著於近。則雖遠可知也。由此言之。其用博矣。謹按圓驗更造密率。恐空設法數。昧而難譬。故置諸檢括。謹詳其記注焉。

割六觚以爲十二觚術曰。置圓徑二尺。半之爲一尺。卽圓裏觚之面也。案觚之面原本訛作弦之面後觚之半面訛作弧之半面今改正令半徑一尺爲弦。案原本訛作爲今改正半面五寸爲句。爲之求股。以句冪二十五寸。減弦冪餘七十五寸。開方除之。下至秒忽。又一退法求其微數。微數無名。知以爲分子。以下爲分母。約作五分忽之二。故得股八寸六分六釐二秒五忽五分忽之二。案二秒原本訛作二絲今改正以減半徑。餘一寸三分二釐九毫七秒四忽五分忽之三。謂

之小句。案此下原本衍小句知半面五寸之句九字。觚之半面。又謂之小股。爲之求弦。其冪二千六百七十九億四千九百一十九萬三千四百四十五忽。餘分棄之。案此句原本訛作全分并之。攷弦冪五忽之下。尙有一六餘分。無所謂全分也。當是傳寫舛誤。遂不可通。後數條皆云餘分棄之。今據以改正。開方除之。即十二觚之一面也。

割十二觚以爲二十四觚術曰。亦令半徑爲弦。半面爲句。爲之求股。置上小弦冪四而一。得六百六十九億八千七百二十九萬八千三百六十一忽。餘分棄之。即句冪也。以減弦冪。其餘、開方除之。得股九寸六分五釐九毫二秒五忽。五分忽之四。以減半徑。餘三分四釐七秒四忽。五分忽之一。謂之小句。觚之半面。又謂之小股。爲之求小弦。其冪六百八十一億四千八百三十四萬九千四百六十六忽。餘分棄之。開方除之。即二十四觚之一面也。

割二十四觚以爲四十八觚術曰。亦令半徑爲弦。半面爲句。爲之求股。置上小弦冪四而一。得一百七十億三千七百八萬七千三百六十六忽。餘分棄之。即句冪也。以減弦冪。其餘、開方除之。得股九寸九分一釐四毫四秒四忽。五分忽之四。以減半徑。餘八釐五毫五秒五忽。五分忽之一。謂之小句。觚之半面。又謂之小股。爲之求小弦。其冪七百七十一億一千二十七萬八千八百一十三忽。餘分棄之。開方除之。得小弦一寸三分八毫六忽。餘分棄之。即四十八觚之一面。以半徑一尺乘之。又以二十四乘之。得冪三萬一千三百九十三億四千四百萬忽。以百億除之。得冪三百一十三寸六百二十五分寸之

五百八十四。即九十六觚之冪也。

割四十八觚以爲九十六觚術曰。亦令半徑爲弦。半面爲句。爲之求股。置次上弦冪。四而一。得四十二億七千七百五十六萬九千七百三忽。餘分乘之。即句冪也。以減弦冪。其餘、開方除之。得股九寸九分七釐八毫五秒八忽十分忽之九。以減半徑。餘二釐一毫四秒一忽十分忽之一。謂之小句。觚之半面。又謂之小股。爲之求小弦。其冪四十二億八千二百一十五萬四千一十二忽。餘分乘之。開方除之。得小弦六分五釐四毫三秒八忽。餘分乘之。即九十六觚之一面。以半徑一尺乘之。又以四十八乘之。得冪三萬一千四百一十億二千四百萬忽。以百億除之。得冪三百一十四寸六百二十五分寸之六十四。即一百九十二觚之冪也。以九十六觚之冪減之。餘六百二十五分寸之一百五。謂之差冪。倍之。爲分寸之二百一十。案爲分寸者蒙上省文謂六百二十五分寸之二百一十也。即九十六觚之外弧田。所謂以弦乘矢之凡冪也。案弧田下原本衍九十六三字。今删。加此冪於九十六觚之冪。得三百一十四寸六百二十五分寸之一百六十九。則出圓之表矣。故還就一百九十二觚之全冪三百一十四寸。以爲圓冪之定率。而乘其餘分。以半徑一尺除圓冪。倍之。得六尺二寸八分。即周數。令徑自乘爲方冪四百寸。與圓冪相折。圓冪得一百五十七爲率。方冪得二百爲率。方冪二百。其中容圓冪一百五十七也。圓率猶爲微少。案弧田圖。令方中容圓。圓中容方。內方

合外方之半。然則圓冪一百五十七。其中容方冪一百也。案一百原本訛作二百。今改正。又令徑二尺與周六尺二寸八分相約。周得一百五十七。徑得五十。則其相與之率也。周率猶爲微少也。晉武庫中漢時王莽作銅斛。其銘曰。律嘉量斛。內方尺而圓其外。庬旁九釐五毫。冪一百六十二寸。深一尺。積一千六百二十寸。容十斗。以此術求之。得冪一百六十一寸有奇。其數相近矣。此術微少。而斛差冪六百二十五分寸之一百五。以十二觚之冪爲率消息。當取此分寸之三十六。案取此分寸。亦蒙上書文。謂六百二十五分寸之三十六也。以增於一百九十二觚之冪。以爲圓冪三百一十四寸二十五分寸之四。置徑自乘之方冪四百寸。令與圓冪通相約。圓冪三千九百二十七。方冪得五千。是爲率方冪五千中容圓冪三千九百二十七。圓冪三千九百二十七中。容方冪二千五百也。以半徑一尺除圓冪三百一十四寸二十五分寸之四。倍之。得六尺二寸八分二十五分寸之八。即周數也。全徑二尺。與周數通相約。徑得一千二百五十。周得三千九百二十七。即其相與之率。若此者蓋盡其纖微矣。舉而用之。上法仍約耳。當求一千五百三十六觚之一面。得三千七百二觚之冪。而裁其微分。數亦宜然。重其驗耳。

淳風等案。舊術求圓皆以周三徑一爲率。若用之求圓周之數。則周少徑多。用之求其六觚之田。乃與此率合會耳。何則。假令六觚之田。觚間各一尺爲面。自然從角至角。其徑二尺可知。案二尺原本訛作一尺。今改正。此則

周六徑二。與周三徑一已合。恐此猶爲難曉。今更引物爲喻。設令刻物作圭形者六枚。枚別三面皆長一尺。攢此六物。悉使銳頭向裏。則成六觚之周。角徑亦皆一尺。更從觚角外畔圍繞爲規。則六觚之徑盡達規矣。當面徑短。不至外規。若以徑言之。則爲規六尺。徑三尺。面徑皆一尺。案此三句有舛誤。當云若以六觚言之。則爲周六尺。徑二尺。面皆一尺。六觚二字。訛作徑。周訛作規。二訛作三。面字下又衍徑字。遂不可通。面徑股不至外畔。定無二尺可知。故周三徑一之率。於圓周。乃是徑多周少。徑一周三。理非精密。蓋術從簡要。舉大綱略而言之。劉徽特以爲疎。遂改張其率。但周徑相乘。數難契合。徽雖出斯一法。終不能究其纖毫也。祖沖之以其不精。就中更推其數。今者修撰。撫據諸家。考其是非。沖之爲密。故顯之於徽術之下。冀學者知所裁焉。案沖之密率。較徽率爲密。其約率。較徽率爲疎。淳風等所稱密率。皆約率。以之譏徽。似誤。

又術曰。周徑相乘。四而一。

此周與上觚同耳。周徑相乘。各當一半。而今周徑兩全。案原本兩訛作田。今改正。故兩母相乘爲四。以報除之。於徽術以五十乘周。一百五十七而一。卽徑也。以一百五十七乘徑。五十而一。卽周也。新術徑率。猶當徽少。據周以求徑。則失之長。據徑以求周。則失之短。諸據見徑以求冪者。皆失之於徽少。據周以求冪者。皆失之於徽多。

淳風等按。依密率。以七乘周。二十二而一。卽徑。以二十二乘徑。七而一。卽周。依術求之。卽得。

又術曰。徑自相乘。三之。四而一。

按圓徑自乘。爲外方。三之、四而一者。是爲圓居外方四分之三也。若令六觚之一面乘半徑。其冪卽外方四分之一也。因而三之。卽亦居外方四分之三也。是爲圓裏十二觚之冪耳。取以爲圓。失之於徽少。於徽新術。當徑自乘。又以一百五十七乘之。二百而一。

淳風等按。密率、令徑自乘。以十一乘之。十四而一。卽圓冪也。

又術曰。周自乘。十二而一。

六觚之周。其於圓徑。三與一也。故六觚之周自相乘爲冪。若圓徑自乘者九方。九方凡爲十二觚者十有二。故曰十二而一。卽十二觚之冪也。今此令周自乘。非但爲圓徑自乘者九方而已。然則十二而一。所得。又非十二觚之類也。若欲以爲圓冪。失之於多矣。以六觚之周十二而一可也。於徽新術。直令圓周自乘。又以二十五乘之。三百一十四而一。得圓冪。其率二十五者。圓冪也。三百一十四者。周自乘之冪也。置周數六尺二寸八分。令自乘。得冪三十九萬四千三百八十四分。又置圓冪三萬一千四百分。皆以一千二百五十六約之。得此率。

淳風等按。方面自乘。卽得其積。圓周求其冪。假率乃通。（案。假原本訛作股。今改正。）但此術所求。用三一爲率。圓田正法。半周及半徑以相乘。今乃用全周自乘。故須以十二爲母。何者。據全周而求半周。則須以二爲法。就全

周而求半徑。復假六以除之。是二六相乘。除周自乘之數。依密率以七乘之。八十八而一。

今有畹田。下周三十步。徑十六步。問爲田幾何。答曰。一百二十步。

今有畹田。下周九十九步。徑五十一步。問爲田幾何。答曰。五畝六十二步四分步之一。

術曰。以徑乘周。四而一。

此術不驗。故推方錐以見其形。假令方錐下方六尺。高四尺。四尺爲股。下方之半三尺爲句。正面邪爲弦。弦五尺也。令句弦相乘。案句弦原本訛作句股今改正。四因之。得六十尺。卽方錐四面見者之冪。若令其中容圓錐。圓錐見冪。與方錐見冪。其率猶方冪之與圓冪也。案圓冪原本訛作圓錐今改正。按方錐下六尺。則方周二十四尺。以五尺乘而半之。則方錐之見冪。故求圓錐之數。折徑以乘下周之半。卽圓錐之冪也。今畹田上徑圓穹。而與圓錐同術。則冪失之於少矣。然其術難用。故略舉大較。施之大廣田也。求圓錐之冪。猶求圓田之冪也。

今用兩全相乘。故以四爲法除之。案原本脫四字今補。亦如圓田矣。開立圓術、說圓方諸率、甚備。可以驗此。

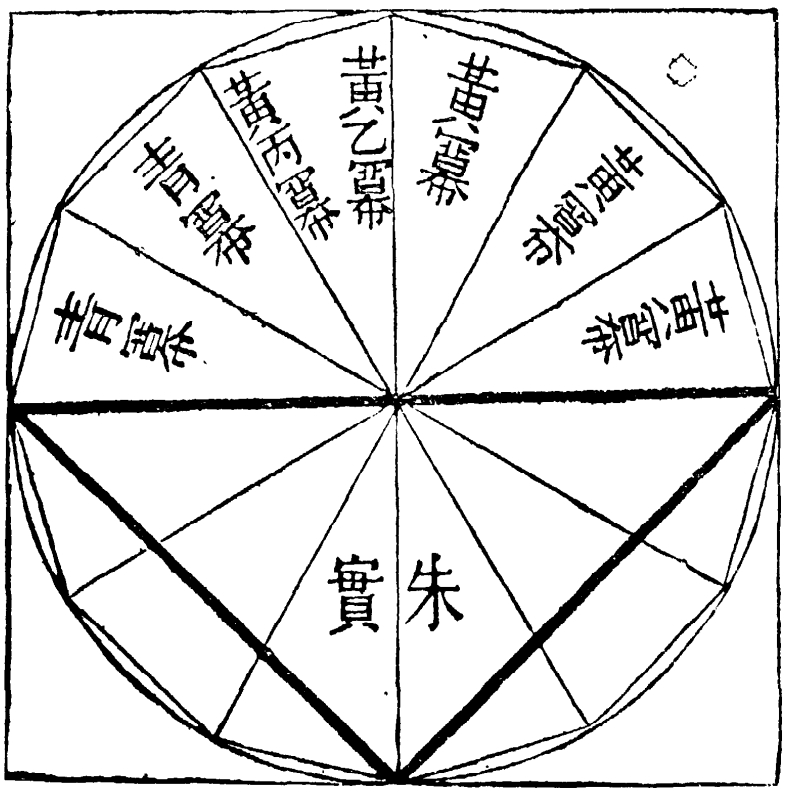
今有弧田。弦二十步。矢十五步。問爲田幾何。答曰。一畝九十七步半。

又有弧田。弦七十八步二分步之一。矢十三步九分步之七。問爲田幾何。答曰。二畝一百五十五步八十一分步之五十六。

術曰。以弦乘矢。矢又自乘。幷之。二而一。

方中之圓。圓裏十二觚之冪。合外方之冪四分之三也。方中合外方之半。則朱實合外方四分之一也。弧田半圓之冪也。故依半圓之體而爲之術。以弦乘矢而半之。案。弦原本訛作弧。今改正。則爲黃冪。矢自乘而半之。則爲二靑冪。靑黃相連。案。注文此書舊有圖而缺。又上圓田注內。亦引弧田圖。詳攷其說。非圖不顯。今補圖於後。爲弧體。法當應規。今觚面不至外畔。案。原本訛作令弧而不至外畔。今改正。失之於少矣。圓舊術以周三徑一爲率。俱得十二觚之冪。案。原本訛作十二弧之弧。今改正。亦失之於少也。與此相似。指驗半圓之冪耳。若不滿半圓者。益復疏闊。宜句股鋸圓材之術。以弧弦爲鋸道長。以矢爲句深。而求其徑。案。此謂弧矢形求圓徑。其術以弧弦折半自乘。矢除之。加矢爲圓徑。既知圓徑。則弧可割分也。割之者半弧田之弦。以爲股。其矢爲句。爲之求弦。卽小弧之弦也。以半小弧之弦爲句。半圓徑爲弦。爲之求股。以減半徑。其餘卽小弦之矢也。割之又割。使至極細。但舉弦矢相乘之數。則必近密率矣。然於算數差繁。必欲有尋究也。若但度田。取其大。舊術爲約耳。

弧田圖



今有環田。中周九十二步。外周一百二十二步。徑五步。

此欲令與周三徑一之率相應。故言徑五步也。據中外周以徽術言之。當徑四步一百五十七分步之一百二十二也。

案。注意取半圓爲弧矢。以方中之圓。圓裏十二觚驗之。移黃乙黃丙。補觚面外之空角。則黃冪適滿外大方四分之一。如朱實二青冪。又半於黃冪。合青黃適得半外方四分之三。加圓裏觚面外空處。乃爲半圓冪。術以十二觚之冪爲圓冪。又以半圓論弧矢。皆疎。原本缺圖。今補。

淳風等按。依密率。合徑四步二十二分步之十七。

問爲田幾何。答曰。二畝五十五步。

於徽術。當爲田二畝三十一步一百五十七分步之二十三。

淳風等按。依密率。爲田二畝三十步二十二分步之十五。

術曰。并中外周而半之。以徑乘之。爲積步。

此田截而中之周則爲長。案此處有脫誤。當云截齊中外之周周則爲長。并而半之。知亦以盈補虛也。此可令中外周各自爲圓田。以中圓減外圓。餘則環實也。

又有環田。中周六十二步四分步之三。外周一百一十三步二分之一。徑十二步三分步之二。

此田環而不通匝。故徑十二步三分步之二。若據上周求徑者。此徑失之於多。過周三徑一之率。蓋爲疎矣。於徽術。當徑八步六百二十八分步之五十一。

淳風等按。依周三徑一考之。合徑八步二十四分步之一十一。依密率。合徑八步一百七十六分步之一十三。

問爲田幾何。答曰。四畝一百五十六步四分步之一。

於徽術。當爲田二畝二百三十二步五千二十四分步之七百八十七也。依周三徑一。爲田三畝二十

五步六十四分步之三十五。

淳風等按。密率爲田二畝二百三十一步一千四百八分步之七百一十七也。

術曰。置中外周步數。分母子各居其下。案原本脫母字。今據注補。母互乘子。通全步內分子。案此句上下皆有脫文。當云分母相乘。通全步內分子。并而半之。以中周減外周。餘半之。案此別記術之小異。亦有脫文。當云。又可以中周減外周。餘半之。以益中周。徑亦通分內子。以乘周。爲實。分母相乘。爲法。除之。爲積步。餘積步之分。案此句下有脫文。當云餘積步之分。等數約之。以畝法除之。卽畝數也。

按。此術并中外周步數。於上。以分母子置於下。母互乘子者。爲中外周俱有餘分。故以互乘齊其子母相乘。同其母。子齊母同。故通全步內分子。半之。案二字上有脫文。當云并而半之。知以盈補虛。得中平之周。周則爲從。徑則爲廣。故廣從相乘。而得其積。既合分母。還須分母出之。故令周徑分母相乘。而連除之。卽得積步。不盡。以等數除之而命分。以畝法除積步。得畝數也。

九章算術卷二

粟米以御交質變易

凡此諸率相與大通其時相求各如本率可約者約之別術然也

粟率五十

糲米三十

粺米二十七

鑿米二十四

御米二十一　案詩大雅鄭箋云米之率糲十粺九鑿八侍御七疏云九章粟米之法粟率五十糲米三十粺二十七鑿二十四御二十一言粟五升爲糲米三升已下則米漸細故數益少今攷鑿鑿古多通用

小麵十三半

大麵五十四

糲飯七十五

粺飯五十四

鑿飯四十八

御飯四十二

菽荅麻麥各四十五

稻六十

豉六十三

飧九十

熟菽一百三半

糵一百七十五

今有　案今有卽下文稱所有率是也

此都術也凡九數以爲篇名可以廣施諸率所謂告往而知來舉一隅而三隅反者也誠能分詭數之紛雜通彼此之否塞因物成率審辨名分平其偏頗齊其參差則終無不歸於此術也

術曰以所有數乘所求率爲實以所有率爲法

少者多之始一者數之母故爲率者必等之於一據粟率五糲率三是粟五而爲一糲米三而爲一也欲化粟爲米者糲當先本是一　案下舉粟率五今五爲一則此不得云糲當先本是一糲字應改作粟一者謂以五約之令五而爲一也訖乃以三乘之令一而爲三如是則率至於一　案至字誤上云爲率者必等之於一至乃等字之誤以五爲三矣然先除後乘或有餘分故術

反之。又究言之。知粟五升爲糲米三升。以分言之。知粟一斗爲糲米五分斗之三。以五爲母。三爲子。以粟求糲米者。乘其母報除也。案此句有脫誤。當云以子乘其母報除也。然則所求之率。常爲母也。

淳風等按。宜云所求之率。常爲子。所有之率。常爲母。今乃云所求之率常爲母。知脫錯也。

實如法而一。

今有粟一斗。欲爲糲米。問得幾何。答曰。爲糲米六升。

術曰。以粟求糲米三之。五而一。

淳風等按。都術以所求率乘所有數。以所有率爲法。此術以粟求米。故粟爲所有數。三是米率。故三爲所求率。五爲粟率。故五爲所有率。粟率五十。米率三十。退位求之。故惟云三、五也。

今有粟二斗一升。欲爲粺米。問得幾何。答曰。爲粺米一斗一升五十分斗之十七。

術曰。以粟求粺米二十七之五十而一。

淳風等按。粺米之率二十有七。故直以二十七之五十而一也。

今有粟四斗五升。欲爲糳米。問得幾何。答曰。爲糳米二斗一升五分升之三。

術曰。以粟求糳米十二之二十五而一。

淳風等按。糳米之率二十有四。以爲率太繁。故因而半之。半所求之率。以乘所有之數。所求之率既減

半所有之率亦減半是故十二乘之二十五而一也

今有粟七斗九升欲爲御米問得幾何答曰爲御米三斗三升五十分升之九

術曰以粟求御米二十一之五十而一

今有粟一斗欲爲小麵問得幾何答曰爲小麵二升一十分升之七

術曰以粟求小麵二十七之百而一

淳風等按小麵之率十三有半半者二爲母以二通之得二十七爲所求率又以母二通其粟率得一百爲所有率凡本率有分者須卽乘除也他皆倣此

今有粟九斗八升欲爲大麵問得幾何答曰爲大麵一十斗五升二十五分升之二十一

術曰以粟求大麵二十七之二十五而一

淳風等按大麵之率五十有四因其可半故二十七之亦如粟求糲米半其二率

今有粟二斗三升欲爲糲飯問得幾何答曰爲糲飯三斗四升半

術曰以粟求糲飯三之二而一

淳風等按糲飯之率七十有五粟求糲飯合以此數乘之今以等數二十有五約其二率所求之率得三所有之率得二故以三乘二除

今有粟三斗六升欲爲粺飯問得幾何答曰爲粺飯三斗八升二十五分升之二十二

術曰。以粟求粺飯二十七之二十五而一。

淳風等按。此術與大麵多同。

今有粟八斗六升。欲爲糲飯。問得幾何。答曰。爲糲飯八斗二升二十五分升之一十四。

術曰。以粟求糲飯二十四之二十五而一。

淳風等按。糲飯率四十八。此亦半二率而乘除。

今有粟九斗八升。欲爲御飯。問得幾何。答曰。爲御飯八斗二升二十五分升之八。

術曰。以粟求御飯二十一之二十五而一。

淳風等按。此術半率。亦與糲飯多同。

今有粟三斗少半升。欲爲菽。問得幾何。答曰。爲菽二斗七升一十分升之三。

今有粟四斗一升太半升。欲爲荅。問得幾何。答曰。爲荅三斗七升半。

今有粟五斗太半升。欲爲麻。問得幾何。答曰。爲麻四斗五升五分升之三。

今有粟一十斗八升五分升之二。欲爲麥。問得幾何。答曰。爲麥九斗七升二十五分升之一十四。

術曰。以粟求菽荅麻麥。皆九之。十而一。

淳風等按。四術率。竝四十五。案。竝原本訛作幷。今改正。皆是爲粟所求。俱合以此率乘其本粟。術欲從省。先以等數五

約之所求之率得九所有之率得十故九乘十除義由於此

今有粟七斗五升七分升之四欲爲稻問得幾何答曰爲稻九斗三十五分斗之一十四

術曰以粟求稻六之五而一

淳風等按稻率六十亦約二率而乘除

今有粟七斗八升欲爲豉問得幾何答曰爲豉九斗八升二十五分升之七

術曰粟求豉六十三之五十而一

今有粟五斗五升欲爲飧問得幾何答曰爲飧九斗九升

術曰以粟求飧九之五而一

淳風等按飧率九十退位與求稻多同

今有粟四斗欲爲熟菽問得幾何答曰爲熟菽八斗二升五分升之四

術曰以粟求熟菽二百七之百而一

淳風等按熟菽之率一百三半半者其母二故以母二通之所求之率既被二乘所有之率隨而俱長故以二百七之百而一

今有粟二斗欲爲糵問得幾何答曰爲糵七斗

術曰以粟求糵七之二而一

淳風等按。糲率一百七十有五。合以此數乘其本粟。術欲從省。先以等數二十五約之。所求之率得七。所有之率得二。故七乘二除。

今有糲米十五斗五升五分升之二。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟二十五斗九升。

術曰。以糲米求粟五之三而一。

淳風等按。上術以粟求米。故粟爲所有數。三爲所求率。五爲所有率。今此以米求粟。故米爲所有數。五爲所求率。三爲所有率。準都術求之。各合其數。以下所有反求。多同。皆準此。

今有粺米二斗。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟三斗七升二十七分升之一。

術曰。以粺米求粟五十之二十七而一。

今有糳米三斗少半升。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟二斗三升三十六分升之七。

術曰。以糳米求粟二十五之十二而一。

今有御米十四斗。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟三十三斗三升少半升。

術曰。以御米求粟五十之二十一而一。案原本作二十二而一。今改正。

今有稻一十二斗六升一十五分升之一十四。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟一十斗五升九分升之七。

術曰。以稻求粟五之六而一。

今有糲米一十九斗二升七分升之一。欲爲粺米。問得幾何。答曰。爲粺米一十七斗二升一十四分升之一十三。

術曰。以糲米求粺米。九之十而一。

淳風等按。粺米率二十七。合以此數乘糲米。術欲從省。先以等數三約之。所求之率得九。所有之率得十。故九乘而十除。

今有糲米六斗四升五分升之三。欲爲糲飯。問得幾何。答曰。爲糲飯一十六斗一升半。

術曰。以糲米求糲飯。五之二而一。

淳風等按。糲飯之率七十有五。宜以本糲飯乘以率數。案此句舛錯。當云宜以本糲米乘此率。術欲從省。先以等數十五約之。所求之率得五。所有之率得二。故五乘二除。義由於此。

今有糲飯七斗六升七分升之四。欲爲飧。問得幾何。答曰。爲飧九斗一升三十五分升之三十一。

術曰。以糲飯求飧。六之五而一。

淳風等按。飧率九十。爲糲飯所求。宜以飧乘此率。案此句誤。當云宜以糲飯乘此率。術欲從省。先以等數十五約之。所求之率得六。所有之率得五。以此故六乘五除也。

今有菽一斗。欲爲熟菽。問得幾何。答曰。爲熟菽二斗三升。

術曰以菽求熟菽二十三之十而一

淳風等按熟菽之率一百三半案率原本訛作粟今改正因其有半各以母二通之宜以熟菽數乘此率案此句誤當云宜以菽數乘此率術欲從省先以等數九約之所求之率得五也

今有菽二斗欲爲豉問得幾何答曰爲豉二斗八升

術曰以菽求豉七之五而一

淳風等按豉率六十三爲菽所求宜以豉乘此率案此句誤當云宜以菽乘此率術欲從省先以等數九約之所求之率得七而所有之率得五也

今有麥八斗六升七分升之三欲爲小麵問得幾何答曰爲小麵二斗五升一十四分升之一十三

術曰以麥求小麵三之十而一

淳風等按小麵之率十三半宜以母二通之以乘本麥之數術欲從省先以等數九約之所求之率得二所有之率得十也

今有麥一斗欲爲大麵問得幾何答曰爲大麵一斗二升

術曰以麥求大麵六之五而一

淳風等按大麵之率五十有四合以本麵數乘此率（案此句誤當云宜以麥數乘此率）術欲從省先以等數九約之所求之率得六所有之率得五也

今有出錢一百六十買瓠甕十八枚

瓠甕瓢也

問枚幾何答曰一枚八錢九分錢之八

今有出錢一萬三千五百買竹二千三百五十箇問箇幾何答曰一箇五錢四十七分錢之三十五

經率術曰以所買率爲法所出錢數爲實實如法得一

此術猶經分

淳風等按今有之義以所求率乘所有數合以瓠甕一枚乘錢一百六十爲實（案此句原本脫乘字今補）但以一乘不長故不復乘是以徑將所買之率求率所買爲所有率而今有之卽得所求數（案原本訛作卽得所求率今改正）一乘不長故不復乘是以徑將所買之率爲法以所出之錢爲實實如法得一枚錢不盡者等數而命分

今有出錢五千七百八十五買漆一斛六斗七升太半升欲斗率之問斗幾何答曰一斗三百四十五錢

五百二分錢之一十五。

今有出錢七百二十。買縑一匹二丈一尺。欲丈率之。問丈幾何。答曰。一丈。一百一十八錢六十一分錢之二。

今有出錢二千三百七十。買布九匹二丈七尺。欲匹率之。問匹幾何。答曰。一匹二百四十四錢一百二十九分錢之一百二十四。

今有出錢一萬三千六百七十。買絲一石二鈞一十七斤。欲石率之。問石幾何。答曰。一石。八千三百二十六錢一百九十七分錢之百七十八。

術曰。以所求率乘錢數爲實。以所買率爲法。實如法得一。

淳風等按。今有之義。錢爲所求率。物爲所有數。故以乘錢。又以分母乘之爲實。實如法而一。有分者通之。所買通分內子爲所有率。故以爲法。得錢。案此已上幷誤不可通。攷書內列數問。淳風等多據首一問爲言。此當云今有之義。一斗爲所求率。出錢爲所有數。故以一斗乘錢數。有分者通之。又以分母乘之爲實。所買通分內子爲所有率。故以爲法。實如法而一。得錢。數不盡而命分者。因法爲母。實餘爲子。實見不滿故以命之。

今有出錢五百七十六。買竹七十八箇。欲其大小率之。問各幾何。答曰。其四十八箇箇七錢。其三十箇箇八錢。

今有出錢一千一百二十。買絲一石二鈞十八斤。欲其貴賤斤率之。問各幾何。答曰。其二鈞八斤斤五錢。

其一石一十斤斤、六錢。

今有出錢一萬三千九百七十。買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤石率之。問各幾何。答曰。其一鈞九兩一十六銖石、八千五十一錢。其一石一鈞二十七斤九兩一十七銖石、八千五十二錢。

今有出錢一萬三千九百七十。買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤鈞率之。問各幾何。答曰。其七斤一十兩九銖鈞、二千一十二錢。其一石二鈞二十斤八兩二十銖鈞、二千一十三錢。

今有出錢一萬三千九百七十。買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤斤率之。問各幾何。答曰。其一石二鈞七斤十兩四銖斤、六十七錢。其二十斤九兩一銖斤、六十八錢。

今有出錢一萬三千九百七十。買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤兩率之。問各幾何。答曰。其一石一鈞一十七斤一十四兩一銖兩、四錢。其一鈞一十斤五兩四銖兩、五錢。

其率術曰。各置所買石鈞斤兩以爲法。以所率乘錢數。爲實。實如法而一。不滿法者。反以實減法。法賤實貴。其求石鈞斤兩。以積銖各除法實。各得其積數。餘各爲銖。

其率如欲令差分。按出錢五百七十六。買竹七十八箇。以除錢。得七。實餘三十。是爲三十箇。復可增一錢。然則實餘之數。卽是貴者之數。故曰實、貴也。本以七十八箇爲法。今以貴者減之。則其餘悉是賤者之數。故曰法、賤也。其求石鈞斤兩。以積銖各除法實。各得其積數。餘各爲銖者。謂石鈞斤兩。積銖除實。又以石鈞斤兩積銖除法。餘各爲銖。卽合所問。

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤銖率之問各幾何答曰其一鈞二十斤六兩十一銖五銖一錢其一石一鈞七斤一十二兩一十八銖六銖一錢

今有出錢六百二十買羽二千一百猴

猴羽本也數羽稱其本猶數草本稱其根株

欲其貴賤率之問各幾何答曰其一千一百四十猴三猴一錢其九百六十猴四猴一錢

今有出錢九百八十買矢榦五千八百二十枚欲其貴賤率之問各幾何答曰其三百枚五枚一錢其五千五百二十枚六枚一錢

反其率術曰以錢數爲法所率爲實實如法而一不滿法者反以實減法法少實多二物各以所得多少之數乘法實卽物數

按其率出錢六百二十買羽一千二百猴反之當二百四十錢一錢四猴其三百八十錢一錢三猴案以上舛誤不可通參攷上注當云按其率錢多物少反之錢少物多出錢六百二十買羽二千一百猴當以除羽得三實餘二百四十是爲三猴復可增一猴然則實餘之數卽是多者之錢故曰實多本以六百二十錢爲法今以多者減之則其餘三百八十悉是少者之錢故曰法少也二百四十錢一錢四猴乘得九百六十其三百八十錢一錢三猴乘得一千一百四十是錢有二價物有貴賤故以羽乘錢反二率也

淳風等按其率者錢多物少反其率知錢少物多多少相反故曰反其率也其率者以物數爲法錢數

爲實。反之。知以錢數爲法。物數爲實。不滿法。知實餘也。當以餘物化爲錢矣。法爲凡錢。而今以化錢減之。故以實減法。法少。知經分之所得。故曰法少。實多者。餘分之所益。故曰實多。乘實宜以多。乘法宜以少。故曰各以其所得多少之數、乘法實。卽物數。

九章算術卷三

衰分以御貴賤稟稅

術曰各置列衰

列衰相與率也重疊則可約

副幷爲法以所分乘未幷者各自爲實實如法而一

法集而衰別數本一也今以所分乘上別以下集除之一乘一除適足相消故所分猶存且各應率而別也於今有術列衰各爲所求率副幷爲所有率所分爲所有數又以經分言之假令甲家三人乙家二人丙家一人幷六人共分十二爲人得二也欲復作逐家者則當列置人數以一人所得乘之今此術先乘而後除也

不滿法者以法命之

今有大夫不更簪褭上造公士凡五人共獵得五鹿欲以爵次分之問各得幾何答曰大夫得一鹿三分鹿之二不更得一鹿三分鹿之一簪褭得一鹿上造得三分鹿之二公士得三分鹿之一

術曰列置爵數各自爲衰

爵數者謂大夫五不更四簪褭三上造二公士一也墨子號令篇以爵級爲賜然則戰國之初有此名

也。

副幷爲法。以五鹿乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一鹿。衍鹿字。攷古算凡以法除實。得所求之數。多云實如法而一。所有率恒爲法。所求率通所有數。恒爲實。準所有率以剖實。取其一爲所求數。故曰如法而一。或變言實如法得某數。篇內有云實如法得絲數及得錢數得粟數之類是也。一乃該舉得所求之數爲言。此云得一。亦該舉得所求數之辭。不知者妄加鹿字。得一鹿。便不足該舉。與後妄加斗字錢字尺字斛字升字。作得一斗得一錢得一尺得一斛得一升者。皆不可通。今竝爲之訂正。刪去。

於今有術。案原本脫於字。今據後注文之例補。列衰。各爲所求率。副幷爲所有率。今有鹿數爲所有數而今有之。卽得。

今有牛馬羊食人苗。苗主責之粟五斗。羊主曰。我羊食半馬。馬主曰。我馬食半牛。今欲衰償之。問各出幾何。答曰。牛主出二斗八升七分升之四。馬主出一斗四升七分升之二。羊主出七升七分升之一。

術曰。置牛四、馬二、羊一、各自爲列衰。副幷爲法。以五斗乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一斗。乃後人妄加斗字。今刪。

淳風等按。此術問意。羊食半馬。馬食半牛。是謂四羊當一牛。二羊當一馬。今術置羊一馬二牛四者。通其率以爲列衰。

今有甲持錢五百六十。乙持錢三百五十。丙持錢一百八十。凡三人俱出關。關稅百錢。欲以錢數多少衰出之。問各幾何。答曰。甲出五十一錢一百九分錢之四十一。乙出三十二錢一百九分錢之一十二。丙出

一十六錢一百九分錢之五十六

術曰。各置錢數爲列衰。副幷爲法。以百錢乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一錢。亦後人妄加錢字。今删。

淳風等按。此術甲乙丙持錢數。以爲列衰。副幷爲所有率。未幷者各爲所求率。百錢爲所有數而今有之。即得。

今有女子善織。日自倍。五日織五尺。問日織幾何。答曰。初日織一寸三十一分寸之十九。次日織三寸三十一分寸之七。次日織六寸三十一分寸之十四。次日織一尺二寸三十一分寸之二十八。次日織二尺五寸三十一分寸之二十五。

術曰。置一、二、四、八、十六、爲列衰。副幷爲法。以五尺乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一尺。亦後人妄加尺字。今删。

今有北鄉算八千七百五十八。西鄉算七千二百三十六。南鄉算八千三百五十六。凡三鄉。發徭三百七十八人。欲以算數多少衰出之。問各幾何。答曰。北鄉遣一百三十五人一萬二千一百七十五分人之一萬一千六百三十七。西鄉遣一百一十二人一萬二千一百七十五分人之四千四。南鄉遣一百二十九人一萬二千一百七十五分人之八千七百九。

術曰。各置算數爲列衰。

淳風等按。三鄉算數、約可半者爲列衰。

副幷爲法。以所法徭人數乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一人。亦後人妄加人字。今刪。

按此術、今有之義也。案此注有脫誤。據注文之例。當云亦今有之義。以列衰各爲所求率。副幷爲所有率。所發徭人數爲所有數。而今有之。卽得。

今有稟粟。大夫、不更、簪褭、上造、公士、凡五人。一十五斗。今有大夫一人後來。亦當稟五斗。倉無粟。欲以衰出之。問各幾何。答曰。大夫出一斗四分斗之一。不更出一斗。簪褭出四分斗之三。上造出四分斗之二。公士出四分斗之一。

術曰。各置所稟粟斛斗數。爵次均之。以爲列衰。副幷而加後來大夫亦五斗。得二十。以爲法。以五斗乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一斗。亦後人妄加斗字。今刪。

稟前五人十五斗者。大夫得五斗。不更得四斗。簪褭得三斗。上造得二斗。公士得一斗。欲令五人各依所得粟多少。減與後來大夫。卽與前來大夫同。據前來大夫已得五斗。故言亦也。各以所得斗數爲衰。幷得十五。而加後來大夫亦五斗。凡二十。爲法也。是爲六人共出五斗。後來大夫亦俱損折於今有術。案原本脫於字。今補。副幷爲所有率。未幷者各爲所求率。五斗爲所有數。而今有之。卽得。

今有稟粟五斛。五人分之。欲令三人得三。二人得二。問各幾何。答曰。三人、人得一斛一斗五升十三分升之五。二人、人得七斗六升十三分升之十二。

術曰。置三人、人三二人、人二爲列衰。副幷爲法。以五斛乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一斛。亦後人妄加斛字。今删。

今有大夫、不更、簪裹、上造、公士、凡五人。共出百錢。欲令高爵出少。以次漸多。問各幾何。答曰。大夫出八錢一百三十七分錢之一百四。不更出一十錢一百三十七分錢之一百三十。簪裹出一十四錢一百三十七分錢之八十二。上造出二十一錢一百三十七分錢之一百二十三。公士出四十三錢一百三十七分錢之一百九。

反衰術曰。列置衰而令相乘。動者爲不動者衰。置爵數各自爲衰而反衰之。副幷爲法。以百錢乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一錢。亦後人妄加錢字。今删。

以爵次言之。大夫五。不更四。欲令高爵得多者。當使大夫一人受五分。不更一人受四分。人數爲母。分數爲子。母同則子齊。齊卽衰也。故上衰分宜以五、四、爲列焉。今此令高爵出少。則當大夫五人共出一人分。不更四人共出一人分。故謂之反衰。人數不同。則分數不齊。當令母互乘子。母互乘子。則動者爲不動者衰也。亦可先同其母。各以分母約其子。爲反衰。副幷爲法。以所分乘未幷者。各自爲實。實如法而一。

今有甲持粟三升。乙持糲米三升。丙持糲飯三升。欲令合而分之。問各幾何。答曰。甲二升一十分升之七。乙四升一十分升之五。丙一升一十分升之八。

術曰。以粟率五十。糲米率三十。糲飯率七十五。爲衰而反衰之。副幷爲法。以九升乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一升。亦後人妄加升字。今删。

按此術三人所持升數雖等。論其本率。精麤不同。米率雖少。令最得多。飯率雖多。反使得少。故令反之。使精得多而麤得少。於今有術。副幷爲所有率。未幷者各爲所求率。九升爲所有數而今有之。即得。

今有絲一斤。價直二百四十。今有錢一千三百三十八。問得絲幾何。答曰。五斤八兩一十二銖五分銖之四。

術曰。以一斤價數爲法。以一斤乘今有錢數爲實。實如法得絲數。

按此術亦今有之義。以一斤價爲所有率。一斤爲所求率。今有錢爲所有數而今有之。即得。

今有絲一斤。價直三百四十五。今有絲七兩一十二銖。問得錢幾何。答曰。一百六十一錢三十二分錢之二十三。

術曰。以一斤銖數爲法。以一斤價數乘七兩一十二銖。爲實。實如法得錢數。

按此術亦今有之義。以絲一斤銖數爲所有率。案原本脱銖字。今補。價錢爲所求率。今有絲爲所有數而今有之。即得。

今有縑一丈。價直一百二十八。今有縑一匹九尺五寸。問得幾何。答曰。六百三十三錢五分錢之三。

術曰以一丈寸數爲法以價錢數乘今有縑寸數爲實實如法得錢數
淳風等按此術亦今有之義以縑一丈寸數爲所有率價錢爲所求率今有縑寸數爲所有數而今有之卽得
今有布一匹價直一百二十五今有布二丈七尺問得錢幾何答曰八十四錢八分錢之三
術曰以一匹尺數爲法今有布尺數乘價錢爲實實如法得錢數
按此術亦今有之義以一匹尺數爲所有率價錢爲所求率今有布爲所有數而今有之卽得
今有素一匹一丈價直六百二十五今有錢五百問得幾何答曰得素一匹
術曰以價直爲法以一匹一丈尺數乘今有錢數爲實實如法得素數
按此術亦今有之義以價錢爲所有率以丈尺數爲所求率今有錢爲所有數而今有之卽得
今有與人絲一十四斤約得縑一十斤今與人絲四十五斤八兩問得縑幾何答曰三十二斤八兩
術曰以一十四斤兩數爲法以十斤乘今有絲兩數爲實實如法得縑數
按此術亦今有之義以一十四斤兩數爲所有率一十斤爲所求率今有絲爲所有數而今有之卽得
今有絲一斤耗七兩今有絲二十三斤五兩問耗幾何答曰一百六十三兩四銖半
術曰以一斤展十六兩爲法以七兩乘今有絲兩數爲實實如法得耗數
按此術亦今有之義以一斤爲十六兩爲所有率七兩爲所求率今有絲爲所有數而今有之卽得

今有生絲三十斤。乾之耗三斤十二兩。今有乾絲一十二斤。問生絲幾何。答曰。一十三斤一十一兩十銖七分銖之一。

術曰。置生絲兩數。除耗數。餘以爲法。

餘四百二十兩。卽乾絲率。

三十斤乘乾絲兩數。爲實。實如法。得生絲數。

凡所得率。如細則俱細。麤則俱麤。兩數相推而已。故品物不同。如上縑絲之比。相與乘爲三十斤。凡四百八十兩。今生絲率四百八十兩。今乾絲率四百二十兩。則其數相通。可俱爲銖。可俱爲兩。可俱爲斤。無所歸滯也。若然。宜以所有乾絲斤數。乘生絲兩數。爲實。今以斤兩錯互而亦同歸者。使乾絲以兩數爲率。生絲以類爲率。譬之異類。亦各有一定之勢。

淳風等按。此術置生絲兩數。除耗數。餘卽乾絲之率。於今有術爲所有率。三十斤爲所求率。乾絲兩數爲所有數。凡所爲率者。細則俱細。麤則俱麤。今有一斤乘兩。知乾絲卽以兩數爲率。生絲卽以斤數爲率。譬之異物。各有一定之率也。

今有田一畝。收粟六升太半升。今有田一頃二十六畝一百五十九步。問收粟幾何。答曰。八斛四斗四升一十二分升之五。

術曰。以畝二百四十步爲法。以六升太半升乘今有田積步。爲實。實如法。得粟數。

按此術亦今有之義以一畝步數爲所有率六升太半升爲所求率今有田積步爲所有數而今有之即得

今有取保一歲價錢二千五百今先取一千二百問當作日幾何答曰一百六十九日二十五分日之二十三

術曰以價錢爲法以一歲三百五十四日乘先取錢數爲實實如法得日數

按此術亦今有之義以價爲所有率一歲日數爲所求率取錢爲所有數而今有之即得

今有貸人千錢月息三十今有貸人七百五十錢九日歸之問息幾何答曰六錢四分錢之三

術曰以月三十日乘千錢爲法

以三十日乘千錢爲法者得三萬是爲貸人錢三萬一日息三十也

以息三十乘今所貸錢數又以九日乘之爲實實如法得一 案原本作得一錢亦後人妄加錢字今刪

以九日乘今所貸錢爲今一日所有錢於今有術爲所有數息三十爲所求率三萬錢爲所有率此又可以一月三十日約息三十錢爲十分一日以乘今一日所有錢爲實千錢爲法爲率者當等之於一也故三十日或可乘本或可約息皆所以等之也

九章算術卷四

少廣以御積冪方圓

淳風等按一畝之田。廣一步。長二百四十步。今欲截取其從。少以益其廣。故曰少廣。

術曰。置全步及分母子。以最下分母。徧乘諸分子及全步。

淳風等按。以分母乘全步者。通其分也。以母乘子者。齊其子也。

各以其母除其子。置之於左。命通分者。又以分母徧乘諸分子、及已通者。皆通而同之。幷之。爲法。

淳風等按諸子悉通。故可幷之爲法。亦宜用合分術。列數尤多。若用乘則算數至繁。故別置此術。從省約。

置所求步數。以全步積分乘之。爲實。實如法而一。得從步。案此句實如法之上。原本以劉徽總注列入。其注又誤截爲三。中間法有分者至子如母而一凡三十五字。訛作正文。語意遂橫隔不可通。今改正。

此以田廣爲法。以畝積步爲實。案此十二字。原本截作置所求步數以全步積分乘之爲實下注文。今攷其文意。乃劉注總解田廣求從之術。定以田廣爲法。以畝積步爲實。非專釋二語也。法有分者。

當同其母。齊其子。以同乘法實。而使齊子法。今以分母乘全步及子。子如母而一。案此三十五字。原本訛作正文。今改正。攷法有分者。

言田廣既有分母子。須令同母子齊也。以同乘法實。言母相乘爲同。既以之乘法。通其子母。又必以之乘實。則實齊。並以幷全法。子法也。今以分母乘全步及子。子如母而一。卽正文所云以最下分母偏乘諸分子及全步。各以其母除其子也。則法實俱長。意亦等也。故如法而一。得從步數。案此二十三字。原本截作上文法有分者已下之注。今攷並以幷全法。卽正文所云幷之爲法也。則法實俱長。意亦等也。承上法既以分母通之而長。故積步爲實者。亦以通之而長。實與法方相等。此二句。始專釋置所求步數。以全步積分乘之爲實二語。前後文意相貫。自中間訛作正文。截首尾而三。遂不可通。

今有田廣一步半。求田一畝。問從幾何。答曰。一百六十步。

術曰。下有半。是二分之一。以一爲二。半爲一。幷之得三。爲法。置田二百四十步。亦以一爲二乘之。爲實。實如法得從步。

今有田廣一步半、三分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。一百一十一分步之一十。

術曰。下有三分。以一爲六。半爲三。三分之一爲二。幷之得一十一。爲法。置田二百四十步。亦以一爲六乘之。爲實。實如法得從步。

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。一百一十五步五分步之一。

術曰。下有四分。以一爲一十二。半爲六。三分之一爲四。四分之一爲三。幷之得二十五。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲一十二乘之。爲實。實如法而一。得從步。

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。一百五步一百三十

七分步之一十五。

術曰。下有五分。以一爲六十。半爲三十。三分之一爲二十。四分之一爲一十五。五分之一爲一十二。幷之。得一百三十七。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲六十乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。九十七步四十九分步之四十七。

術曰。下有六分。以一爲一百二十。半爲六十。三分之一爲四十。四分之一爲三十。五分之一爲二十四。六分之一爲二十。幷之。得二百九十四。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲一百十乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。九十二步一百二十一分步之六十八。

術曰。下有七分。以一爲四百二十。半爲二百一十。三分之一爲一百四十。四分之一爲一百五。五分之一爲八十四。六分之一爲七十。七分之一爲六十。幷之。得一千八十九。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲四百二十乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。八十八步七百六十一分步之二百三十二。

術曰下有八分以一爲八百四十半爲四百二十三分之一爲二百八十四分之一爲二百一十五分之一爲一百六十八六分之一爲一百四十七分之一爲一百二十八分之一爲一百五并之得二千二百八十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八百四十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一求田一畝問從幾何答曰八十四步七千一百二十九分步之五千九百六十四

術曰下有九分以一爲二千五百二十半爲一千二百六十三分之一爲八百四十四分之一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二十七分之一爲三百六十八分之一爲三百一十五九分之一爲二百八十并之得七千一百二十九以爲法置田二百四十步亦以一爲二千五百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一求田一畝問從幾何答曰八十一步七千三百八十一分步之六千九百三十九

術曰下有一十分以一爲二千五百二十半爲一千二百六十三分之一爲八百四十四分之一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二十七分之一爲三百六十八分之一爲三百一十五九分之一爲二百八十一十分之一爲二百五十二并之得七千三百八十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二千五百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一、十一分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。七十九步八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一。

術曰。下有一十一分。以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十。四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百四十四。六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五。九分之一爲三千八十一十分之一爲二千七百七十二。十一分之一爲二千五百二十。并之。得八萬三千七百一十一。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲二萬七千七百二十乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一、十一分步之一、十二分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。七十七步八萬六千二十一分步之二萬九千一百八十三。

術曰。下有一十二分。以一爲八萬三千一百六十半爲四萬一千五百八十三分之一爲二萬七千七百二十四分之一爲二萬七百九十五分之一爲一萬六千六百三十二分之一爲一萬三千八百六十七分之一爲一萬一千八百八十八分之一爲一萬三百九十五。九分之一爲九千二百四十。一十分之一爲八千三百一十六。十一分之一爲七千五百六十。十二分之一爲六千九百三十。并之。得二十五萬

八千六十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八萬三千一百六十乘之爲實實如法得從步

淳風等按凡爲術之意約省爲善宜云下有一十二分以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百四十四六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五九分之一爲三千八十十分之一爲二千七百七十二十一分之一爲二千五百二十十二分之一爲二千三百一十并之得八萬六千二十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之以爲實實如法得從步其術亦得知不繁也

今有積五萬五千二百二十五步問爲方幾何答曰二百三十五步

今有積二萬五千二百八十一步問爲方幾何答曰一百五十九步

今有積七萬一千八百二十四步問爲方幾何答曰二百六十八步

今有積五十六萬四千七百五十二步四分步之一問爲方幾何答曰七百五十一步半

今有積三十九億七千二百一十五萬六百二十五步問爲方幾何答曰六萬三千二十五步

開方

求方冪之一面也

術曰置積爲實借一算步之超一位

言百之面十也。言萬之面百也。

議所得。以一乘所借一算。爲法而以除。

先得黃甲之面。上下相命。是自乘而除也。案注內有黃甲黃乙朱靑冪之文。則知舊有圖而缺。今補開方圖附於後。

除已。倍法爲定法。

倍之者。豫張兩面朱冪。定袤以待復除。故曰定法。

其復除。折法而下。

欲除朱冪者。本當副置所得。成方倍之。爲定法。以折議乘而以除。如是。當復步之而止。乃得相命。故使就上折下。

復置借算。步之如初。以復議一乘之。

欲除朱冪之角黃乙之冪。其意如初之所得也。

所得副以加定法。以除。以所得副從定法。

再以黃乙之面加定法。是則張兩靑冪之袤。

復除折下如前。若開之不盡者。爲不可開。當以面命之。

術或有以借算加定法而命分者。雖粗相近。不可用也。凡開積爲方。方之自乘當還復。有積分令不加

借算而命分。則當微少。其加借算而命分。則又微多。其數不可得而定。故惟以面命之。爲不失耳。譬猶以三除十。以其餘爲三分之一。而復其數。可以舉不以面命之。加定法如前。求其微數。微數無名者。以爲分子。其一退以十爲母。其再退以百爲母。退之彌下。其分彌細。則朱冪雖有所乘之數。不足言之也。若實有分者。通分內子。爲定實。乃開之。訖。開其母。報除。

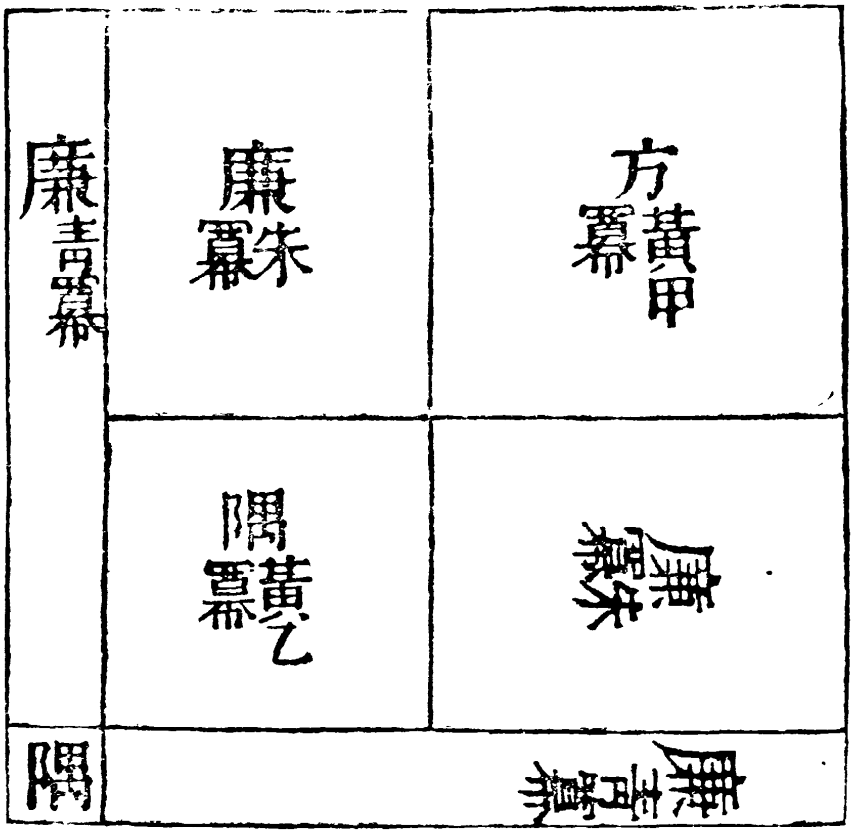
淳風等按。分母可開者。竝通之。積先合二母。既開之後。一母尙存。故開分母。求一母爲法。以報除也。若母不可開者。又以母再乘定實。乃開之。訖。令如母而一。

淳風等按。分母不可開者。本一母也。又以母乘之。乃合二母。既開之後。亦一母存焉。故令如母而一。得全面也。

又按。此術開方者。求方冪之一面也。借一算者。假借一算。空有列位之名。而無除積之實。方隅得面。是故借算列之於下也。步之超一位者。方十自乘。其積有百。方百自乘。其積有萬。故超位至百而言十。至萬而言百也。議所得。以一乘所借一算。爲法而以除者。先得黃甲之面。以方爲積者。兩相乘。故開方除之。還令兩面上下相命。是自乘而除之也。除已倍法爲定法者。實積未盡。當復更除。故豫張兩面朱冪定袤。以待復除。故曰定法也。其復除折法而下者。欲除朱冪。本當副置所得。成方倍之。爲定法。以折議乘之而以除。如是當復步之而止。乃得相命。故使就上折之而下也。復置借算。步之如初。以復議一乘之。所得副以加定法以除者。欲除朱冪之角黃乙之冪。以所得副從定法者。再以黃乙之冪加定法。是

則張兩青冪之衰。故如前開之。卽合所問。

開方圖



案、注內稱黃甲冪者。卽初商所除方冪。稱黃乙冪及兩朱冪者。卽次商所除隅冪及兩廉冪。稱兩青冪者。卽三商所除兩廉冪。凡次商以後。皆有隅。有兩廉。故倍黃甲之面。爲朱冪定衰。幷黃甲及黃乙之面。倍之。爲青冪定衰。

原書有圖而缺。今補。

今有積一千五百一十八步四分步之三。問爲圓周幾何。答曰。一百三十五步。

於徽術。當周一百三十八步一十分步之一。

淳風等按。此依密率。爲周一百三十八步五十分步之九。

今有積三百步。問爲圓周幾何。答曰六十步。

於徽術。當周六十一步五十分步之十九。

淳風等按。依密率。爲周六十一步一百分步之四十一。

術曰。置積步數。以十二乘之。以開方除之。即得周。

此術以周三徑一爲率。與舊圓田術相反覆也。於徽術。以三百一十四乘積。如二十五而一。所得、開方除之。即周也。開方除之即徑。是爲據見冪以求周。猶失之於徽少。其以二百乘積。一百五十七而一。開方除之即徑。猶失之於徽多。

淳風等按。此注於徽術求周之法。其中不用開方除之即徑六字。今本有者。衍賸也。依密率。八十八乘之。七而一。按周三徑一之率。假令周六徑一。半周半徑相乘。得冪三。周六自乘。得三十六。俱以等數除得冪一、周之數十二也。其積本周自乘。合以一乘之。十二而一。得積三也。術爲一乘不長。故以十二而一。得此積。今還原。置此積三。以十二乘之者。復其本周自乘之數。凡物自乘。開方除之、復其本數。故開方除之。即周。

今有積一百八十六萬八百六十七尺。

此尺謂立方尺也凡物有高深深而言積者曰立方

問爲立方幾何答曰一百二十三尺

今有積一千九百五十三尺八分尺之一問爲立方幾何答曰一十二尺半

今有積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七問爲立方幾何答曰三十九尺八分尺之七

今有積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七問爲立方幾何答曰一百二十四尺太半尺

開立方

立方適等求其一面也

術曰置積爲實借一算步之超二位

言千之面十言百萬之面百

議所得以再乘所借一算爲法而以除

再乘者亦求爲方冪以上議命而除之則立方等也

除已三之爲定法

爲當復除故豫張三面已定方冪爲定法也

復除。折而下。

復除者。三面方冪。已皆自乘之數。須得折議。定其厚薄耳。開平冪者。方百之面十。開立冪者。方千之面十。據定法也。有成方之冪。故復除。當以千爲百。折下一等也。

以三乘所得數。置中行。

設三廉之定長。

復借一算。置下行。

欲以爲隅方。立方等未有定數。且置一算定其位。

步之。中超一下超二位。

上方法、長自乘而折。中廉法、但有長。故降一等。下隅法、無面長。故又降一等也。

復置議以一乘中。

爲三廉借冪也。

再乘下。

令隅自乘。爲方冪也。

皆副以加定法。以定法除。

三面、三廉、一隅。皆已有冪。以上議命之。而除去三衰之厚也。

除已倍下幷中從定法。

凡再以中三以下加定法者。三廉各當以兩面之冪。連於兩方之面。一隅連於三廉之端。案。原本脫兩方之面一隅連於凡八字。今據李淳風注釋所舉此文補入。以待復除也。言不盡言。解此要當以基。乃得明耳。

復除折下如前開之不盡者。亦爲不可開。

術亦有以定法命分者。不如故冪開方、以微數爲分也。

若積有分者。通分內子爲定實。定實乃開之、訖。開其母以報除。

淳風等按。分母可開者。竝通之。積先合三母。既開之後。一母尙存。故開分母。求一母爲法。以報除也。

若母不可開者。又以母再乘定實。乃開之、訖。令如母而一。

淳風等按。分母不可開者。本一母也。又以母再乘之。今合三母。既開之後。一母猶存。故令如母而一。得全面也。

又按。開立方者。立方適等。求其一面之數也。借一算步之超二位者。立方求積。方再自乘。就積開之。故超二位。言千之面十。言百萬之面百也。議所得以再乘所借一算爲法而以除者。求爲方冪。以議命之而除。則立方等也。除已三之爲定法者。爲積未盡。當復更除。故豫張三面已定方冪。爲定法也。復除折而下者。三面方冪。皆已有自乘之數。須得折議。定其厚薄。據開平方百之面十。其開立方則千之面十。

而定法已有成方之冪。故復除之。當以千爲百。折下一等也。以三乘所得數置中行者。設三廉之定長也。復借一算置下行者。欲以爲隅方。立方等未有數。且置一算。定其位也。步之中超一下超二者。上方法、長自乘而一。折中廉法、但有長。故降一等。下隅法、無面長。故又降一等也。復置議以一乘中者。爲三廉借冪也。再乘下者。當令隅自乘爲方冪也。皆副以加定法以定法除者。三面、三廉、一隅、皆已有冪。以上議命之。而除去三衰之厚也。除已倍下幷中從定法者。三廉各當以兩面之冪連於兩方之面。一隅連於三廉之端。以待復除也。其開之不盡者。折下如前開方。卽合所問。有分者。通分納子。開之、訖。開其母以報除。可開者竝通之。積先合三母。既開之後。一母尙存。故開分母者。求一母爲法以報除。若母不可開者。又以母再乘定實。乃開之、訖。令如母而一。分母不可開者。本一母、又以母可乘。今合三母。既開之後。亦一母尙存。故令如母而一。得全面也。

今有積四千五百尺。

亦謂立方之尺也。

問爲立圓徑幾何。答曰。二十尺。

淳風等按。依密率。立圓徑二十八尺。計積四千一百九十尺二十一分尺之一十。

今有積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺。問爲立圓徑幾何。答曰。一萬四千三百尺。

淳風等按依密率爲徑一萬四千六百四十三尺四分尺之三

術曰置積尺數以十六乘之九而一所得開立方除之即圓徑

立圓即丸也爲術者蓋依周三徑一之率令圓冪居方冪四分之三圓囷居立方亦四分之三更令圓囷爲方率十二爲丸率九丸居圓囷又四分之三也置四分自乘得十六三分自乘得九故丸居立方十六分之九也故以十六乘積九而一得立方之積丸徑與立方等故開立方而除得徑也然此意非也何以驗之取立方棊八枚皆令立方一寸積之爲立方二寸規之爲圓囷徑二寸高二寸又復橫因之案此句有舛誤後李淳風注釋亦以立方棊爲喻有從規橫規之語此當云又復橫規之則其形有似牟合方蓋矣八棊皆然似陽馬圓然也按合蓋者方率也丸居其中即圓率也推此言之謂夫圓囷爲方率豈不闕哉以周三徑一爲圓率則圓冪傷少令圓囷爲方率則丸積傷多互相通補是以九與十六之率偶與實相近而丸猶傷多耳觀立方之內合蓋之外雖衰殺有漸而多少不掩判合總結方圓相纏濃纖詭互不可等正欲陋形措意懼失正理敢不闕疑以俟能言者

黃金方寸重十六兩金丸徑寸重九兩率生於此未曾驗也周官考工記㮚氏爲量改煎金錫則不耗不耗然後權之權之然後準之準之然後量之言鍊金使極精而後分之則可以爲率也令九徑自乘三而一開方除之即丸中之立方也假令丸中立方五尺五尺爲句句自乘冪二十五尺倍之得五十

尺。以爲股冪。謂平面方五尺之弦也。以此弦冪爲股。亦以五尺爲句。幷句股冪得七十五尺。是爲大弦冪。開方除之。則大弦可知也。大弦卽中立方之長邪。邪卽丸徑。故中立方自乘之冪。於丸徑自乘之冪三分之一也。令大弦還乘其冪。卽丸外立方之積也。大弦冪開之不盡。令困冪七十五。案七十五卽大弦冪是爲外立方一面自乘之冪。非困冪也。困冪當是其冪之誤。再自乘之。爲面。命得外立方積四十二萬一千八百七十五尺之面。又令中立方五尺自乘。又以方乘之。得積一百二十五尺。一百二十五尺。自乘爲面。句得積一萬五千六百二十五尺之面。案句字誤。據上云命得外立方積之面。此乃命得中立方積之面也。句當作命。皆以六百二十五約之。外立方積六百七十五尺之面。中立方積二十五尺之面也。

張衡算又謂立方爲渾。立圓爲渾。衡言質之與中外之渾。六百七十五尺之面。開方除之。不足一。謂外質積二十六也。內渾二十五之面。謂積五尺也。今徽令質言中渾。渾又言質。則二質相與之率。猶衡二渾相與之率也。衡蓋亦先二質之率。推以言渾之率也。衡又言質六十四之面。渾二十五之面。質復言渾。謂居質八分之五也。又云方八之面。圓案此下有脫文。據前言九居圓困四分之三。此當作方八之面圓六之面。故斷之云。圓渾相推。知其復以圓困爲方率。渾爲圓率。脫六之面三字。圓渾相推。知其復以圓困爲方率。渾爲圓率也。失之遠矣。衡說之自然。欲協其陰陽奇偶之說。而不顧疎密矣。雖有文辭。斯亂道破義病也。置外質積二十六。以九乘之。十六而一。得積十四尺八分之五。卽質

中之渾也。以分母乘全內子。得一百一十七。又置內質積五。以分母乘之。得四十。是謂質居渾一百一十七分之四十。案此言渾圓內所容之立方。是謂質。當作是內質。而渾率猶爲傷多也。假令方二尺。方四面幷得八尺也。謂之方周。其中令圓徑與方等。亦二尺也。丸半徑以乘圓周之半。卽圓冪也。半方以乘方周之半。卽方冪也。然則方周知方冪之率也。圓周知圓冪之率也。按如衡術。方周率八之面。圓周率五之面也。令方周六十四尺之面。卽圓周四十尺之面也。又令徑二尺合乘。得徑四尺之面。案上言張衡術。立方內容立圓者。立圓積居立方積八分之五。以此通之。立圓外渾周之冪。亦居立方外六面之冪八分之五。故設立方冪六十四尺。則立圓冪四十尺也。此言又令徑二尺自乘。得徑四尺之面。二語無從得其解。據下云是爲圓周率十二之面而徑率之一面也。謂周自乘得十二者。徑自乘得一。置十二開方除之。得圓周三四六四三五弱。由此言之。衡所定平方與平圓周徑之率。方周四。其面一。內容圓之周三四六四三五弱。其徑亦一。劉徽所定方圓周徑之率。則方周四。圓周三一四一六。其徑一。故下言衡增周太多。過其實。然則當云又令徑一尺。方周四尺自乘。得十六尺之面。不得言徑二尺自乘。得徑四尺之面。或傳寫舛誤。校是書者。又有竄改。遂致不可通。是爲圓周率十二之面而徑率一之面也。衡亦以周三徑一之率爲非。是故更著此法。然增周太多。過其實矣。

淳風等按。祖暅之謂劉徽張衡二人。皆以圓困爲方率。丸爲圓率。乃設新法。祖暅之開立圓術曰。以二乘積。案此句有脫誤。據淳風申明祖暅之所定立圓術。以徑再自乘。十一乘之。二十一而一。得圓積。反是以求徑。當云以二十一乘積十一而一。蓋立圓積約居同徑之立方積二十一分之十一也。若以二乘積。則立圓居立方之半。疏謬甚矣。後云今欲求其

本積故二十一乘之十一而一正承此申明其說開立方除之即立圓徑其意何也取立方棊一枚令立樞於左後之下隅從規去其右上之廉又合而衡規之去其前上之廉案此下有脫文據上云立樞於左後之下隅則其隅正與右前之上隅相對成內外而外三廉皆連於右前之上隅一爲右上之廉一爲前上之廉一爲右前之廉三廉皆當誤據上言置三分之二以三乘之如四而一乃丸居立方二分之一非三分之一況已上明祖氏圓術其率乃丸居立方二十一分之十一下云圓徑再自乘十一乘之如二十一而一是也若二分之一於祖氏術不協矣又祖氏方冪率十四圓冪率十一亦不得用方冪四圓冪三之疎率以解祖氏說自祖暅之開立方圓術曰至此似因傳寫既訛後人妄加竄改遂不可通今攷立方與圓困猶之平方與平圓也其率亦立方積十四圓困積十一而丸居圓困三分之二與十四分之十一通之分母乘分母得四十二分子乘分子得二十二是爲丸居立方四十二分之二十二即二十一分之十一也祖氏求圓困立圓平圓三法本條貫爲一等數既密心亦昭晰張衡倣舊貽哂於後劉徽循故未暇校新夫豈難哉抑未之思也依率立此圓積本以圓徑再自乘十一乘之二十一而一約此積今欲求其本積故二十一乘之十一而一凡物再自乘開立方除之復其本數故立方除之即丸徑也

九章算術卷五

商功以御功程積實

今有穿地積一萬尺。問爲堅壤各幾何。答曰。爲堅七千五百尺。爲壤一萬二千五百尺。

術曰。穿地四。爲壤五。

壤。謂息土。

爲堅三。

堅。謂築土。

爲墟四。

墟。謂穿坑。此皆其常率。

以穿地求壤五之。求堅三之。皆四而一。

今有術也。

以壤求穿四之。求堅三之。皆五而一。以堅求穿四之。求壤五之。皆三而一。

淳風等按。此術竝今有之義也。重張穿地積一萬尺、爲所有數。堅率三、壤率五、各爲所求率。穿率四、爲所有率而今有之。卽得。

城垣隄溝塹渠皆同術。

今有穿地袤一丈六尺。深一丈。上廣六尺。爲垣積五百七十六尺。問穿地下廣幾何。答曰三尺五分尺之三。

術曰。置垣積尺。四之爲實。

穿地四爲堅三垣、堅也。以堅求穿地。當四之三而一也。

以深袤相乘。

爲深袤之立實也。

又三之爲法。

以深袤乘之立實。除垣積。卽阬廣。又三之者。與堅率幷除之。

所得倍之。

爲阬有兩廣。先幷而半之。卽爲廣狹之中平。今先得其中平。故又倍之。知兩廣全也。

減上廣。餘卽下廣。

按此術。穿地四爲堅三垣卽堅也。今以堅求穿地。當四乘之。三而一。深袤相乘者。爲深袤立冪。以深袤立冪除積。卽阬廣。又三之爲法。與堅率幷除。所得倍之者。爲阬有兩廣。先幷而半之。爲中平之廣。今此得中平之廣。故倍之。還爲兩廣幷。故減上廣。餘卽下廣也。

今有城下廣四丈上廣二丈高五丈袤一百二十六丈五尺問積幾何答曰一百八十九萬七千五百尺

今有垣下廣三尺上廣二尺高一丈二尺袤二十二丈五尺八寸問積幾何答曰六千七百七十四尺

今有隄下廣二丈上廣八尺高四尺袤一十二丈七尺問積幾何答曰七千一百一十二尺

今程人功四百四十四尺問用徒幾何答曰一十六人一百一十一分人之二

術曰并上下廣而半之

損廣補狹

以高若深乘之又以袤乘之即積尺

按此術并上下廣而半之者以盈補虛得中平之廣以高若深乘之案此下原本衍堅率三壤率五各爲所求率墟率四爲所有率而今有之凡二十二字係上注重見於此今刪正得一頭之立冪又以袤乘之者得立冪之積故爲積尺

以積尺爲實積功尺數爲法實如法而一即用徒人數案此節之上原本有術曰二字上兩節并注原本誤入上城垣隄溝壍渠皆同術之下今訂正合爲一條

今有溝上廣一丈五尺下廣一丈深五尺袤七尺問積幾何答曰四千三百七十五尺

今程人功七百六十六尺并出土功五分之一定功六百一十二尺五分之四問用徒幾何答曰七人三千六十四分人之四百二十七

術曰。置本人功。去其五分之一。餘爲法。去其五分之一者。謂以四乘五除也。以溝積尺爲實。實如法而一。得用徒人數。

按。此術置本人功。去其五分之一者。謂以四乘之。五而一。除去出土之功。取其定功。乃通分內子。以爲法。以分母乘溝積尺爲實者。法裏有分。實裏通之。故實如法而一。卽用徒人數。此以一人之積尺。除其衆尺。得用徒人數。不盡者。等數約之而命分也。

今有塹上廣一丈六尺三寸。下廣一丈。深六尺三寸。袤一十三丈二尺一寸。問積幾何。答曰。一萬九百四十三尺八寸。

八寸者。謂穿地方尺深八寸。此積餘有方寸中二分四釐五毫。棄之。貴欲從易。非實常定也。

夏程人功八百七十一尺。幷出土功五分之一。沙礫水石之工作太半。定功二百三十二尺一十五分尺之四。問用徒幾何。答曰。四十七人三千四百八十四分人之四百九。

術曰。置本人功。去其出土功五分之一。又去沙礫水石之功太半。餘爲法。以塹積尺爲實。實如法而一。卽用徒人數。

按。此術置本人功。去其出土功五分之一者。謂以四乘五除。又去沙礫水石作太半者。一乘三除。存其少半。取其定功。乃通分內子。以爲法。以分母乘塹積尺爲實者。爲法裏有分。實裏通之。故實如法而一。

即用徒人數不盡者等數約之而命分也

今有穿渠上廣一丈八尺下廣三尺六寸深一丈八尺袤五萬一千八百二十四尺問積幾何答曰一十七萬四千五百八十五尺六寸

秋程人功三百尺問用徒幾何答曰三萬三千五百八十二人功內少一十四尺四寸一千人先到問各當受袤幾何答曰一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八

術曰以一人功尺數乘先到人數爲實以一千人一日功爲實立實爲功案此四字不可通當是衍文攷下注有立冪爲法四字冪訛作實後人更移而加之於此蓋因訛致衍耳并渠上下廣而半之以深乘之爲法以渠廣深之立實爲功案此四字舛誤據廣深相乘得立冪故以除千人一日功得袤當作以渠廣深之立冪爲法實如法得袤尺

今有方堢壝

堢者堢城也壝音丁老反又音纍謂以土擁木也

方一丈六尺高一丈五尺問積幾何答曰三千八百四十尺

術曰方自乘以高乘之即積尺

今有圓堢壝周四丈八尺高一丈一尺問積幾何答曰一千一百一十二尺

於徽術當積二千一十七尺一百五十七分尺之　百三十一

淳風等按依密率積二千一十六尺

術曰周自相乘以高乘之十二而一

此章諸術亦以周三徑一爲率皆非也於徽術當以周自乘以高乘之又以二十五乘之三百一十四而一此之圓冪亦如圓出之冪也求冪亦如圓田而以高乘冪也

淳風等按依密率以七乘之八十八而一

今有方亭下方五丈上方四丈高五丈問積幾何答曰一十萬一千六百六十六尺太半尺

術曰上下方相乘又各自乘幷之以高乘之三而一

此章有壍堵陽馬皆合而成立方蓋說算者乃立棊三品以效高深之積假令方亭上方一尺下方三尺高一尺其用棊也中央立方一四面壍堵四四角陽馬四上下方相乘爲三尺以高乘之約積三尺是爲得中央立方一四面壍堵各一上方自乘亦得中央立方一（案此十一字舛誤不可通據上方自乘所得者平冪耳非立方也又下云上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一合前中央立方一四面壍堵各一及中央立方一四面壍堵各二四角陽馬各三凡二十七棊則此二句乃衍文應刪去）下方自乘爲九以高乘之得積九尺是爲中央立方一四面壍堵各二四角陽馬各三也上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一凡三品棊皆一面爲三故三而一得積尺用棊之數立方三壍堵陽馬各十二凡二十七棊十三更差次之

案此句有脫誤據壍堵陽馬各十二分配立方三則一而成方亭者三驗矣爲術又可令方差自乘以高乘之三而立方適得四壍堵四陽馬當云十二與三更差次之

一卽四陽馬也上下方相乘以高乘之卽中央立方及四面壍堵也幷之以爲方亭積數也

今有圓亭下周三丈上周二丈高一丈問積幾何答曰五百二十七尺九分尺之七

於徽術當積五百四尺四百七十一分尺之一百一十六也

淳風等按依密率爲積五百三尺三十三分尺之二十六

術曰上下周相乘又各自乘幷之以高乘之三十六而一

此術周三徑一之義合以三除上下周各爲上下徑以相乘又各自乘幷以高乘之三而一爲方亭之積假令三約上下周俱不盡還通之卽各爲上下徑令上下徑分母相乘案此句舛誤據上云還通之卽各爲上下徑則是既以分母通上下徑納分子矣此乘卽各爲上下徑言之當云令上下徑相乘其語便足分母二字乃衍文應刪又各自乘幷以高乘之爲三方亭之積分此合分母分相乘得九爲法除之案此句有脫誤據上下徑分母同爲三則上下徑相乘之數應以兩分母相乘得九報除而上下徑各自乘之數應各以分母自乘得九報除是相乘爲法及自乘爲法者同用九也當云此合分母相乘得九分母各自乘亦得九爲法除之不得遺去自乘一邊言之蓋後人傳寫脫落耳又三而一得方亭之積案此下有脫文據後委粟依垣條注云從方錐中求圓錐之積亦猶方冪求圓冪以彼例此似應有從方亭求圓亭方積八字亦猶方冪中求圓冪乃令圓率三乘之方率四而一得圓亭之積前求方亭之積乃以三而一今求圓亭之積亦合

三乘之。二母既同。故相準折。惟以方冪四乘分母九。得三十六而連除之。於徽術當上下周相乘。又各自乘。幷以高乘之。又二十五乘之。九百四十二而一。此方亭四角圓殺。比於方亭二百分之一百五十七。爲術之意。先作方亭三而一。則此據上下徑爲之者。當又以一百五十七乘之。六百而一也。今據周爲之。若於圓堢壔。又以二十五乘之。三百一十四而一。則先得三圓亭矣。故以三百一十四爲九百四十二而一。併除之。

淳風等按。依密率。以七乘之。二百六十四而一。

今有方錐。下方二丈七尺。高二丈九尺。問積幾何。答曰。七千四十七尺。

術曰。下方自乘。以高乘之。三而一。

按此術假令方錐下方二尺。高一尺。卽四陽馬。如術爲之。用十二陽馬。成三方錐。故三而一。得方錐也。

今有圓錐。下周三丈五尺。高五丈一尺。問積幾何。答曰。一千七百二十五尺一十二分尺之五。

於徽術。當積一千六百五十八尺三百一十四分尺之十三。

淳風等按。依密率。爲積一千六百五十六尺八十八分尺之四十七。

術曰。下周自乘。以高乘之。三十六而一。

按此術圓錐下周。以爲方錐下方。方錐下方。令自乘。以高乘之。合三而一。得大方錐之積。大方錐之積。合十二圓矣。今求一圓。復合十二除之。故令三乘十二。得三十六。而連除。於徽術當下周自乘。以高乘

之又以二十五乘之九百四十二而一圓錐比於方錐亦二百分之一百五十七令徑自乘者亦當以一百五十七之乘六百而一其說如圓亭也

淳風等按依密率以十七乘之二百六十四而一

今有壍堵下廣二丈袤一十八丈六尺高二丈五尺問積幾何答曰四萬六千五百尺

術曰廣袤相乘以高乘之二而一

斜解立方得兩壍堵雖復楕方亦爲壍堵故二而一此則合所規冪推其物體蓋爲壍上疊也其形如城而無上廣與所規基形異而同實未聞所以名之爲壍堵之說也

今有陽馬廣五尺袤七尺高八尺問積幾何答曰九十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之三而一

按此術陽馬之形方錐一隅也今謂四柱屋隅爲陽馬假令廣袤各一尺高一尺相乘得立方積一尺斜解立方得兩壍堵斜解壍堵其一爲陽馬一爲鼈臑陽馬居二鼈臑居一不易之率也合兩鼈臑成一陽馬合三陽馬而成一立方故三而一驗之以基其形露矣悉割陽馬凡爲六鼈臑觀其割分則體勢互通蓋易了也其基或脩短或廣狹立方不等者亦割分以爲六鼈臑其形不悉相似然見數同積實均也鼈臑殊形陽馬異體則不純合不純合則難爲之矣何則按斜解方基以爲壍堵者必當以半爲分斜解壍堵以爲陽馬者亦必當以半爲分一從一橫耳設以陽馬爲分內鼈臑爲分外基雖或隨

脩短廣狹。猶有此分常率。知殊形異體亦同也者。以此而已。其使鼈臑廣袤高各二尺。案原本訛作廣袤各高二尺今改正。用壍堵鼈臑之棊各二。皆用赤棊。又使陽馬之廣袤高各二尺。用立方之棊一。壍堵陽馬之棊各二。皆用黑棊。棊之赤黑接爲壍堵。廣袤高各二尺。於是中效其廣。又中分其高。令赤黑壍堵各自適當一方。高二尺方二尺。每二分鼈臑。則一陽馬也。其餘兩棊各積本體。合成一方焉。是爲別種而方者率居三。通其體而方者率居一。雖方隨棊改。而固有常然之勢也。按餘數具而可知者有一二分之別。則一二之爲率定矣。其於理也。豈虛矣。若爲數而窮之。置餘廣袤高之數各半之。則四分之三又可知也。半之彌少。其餘彌細。至細曰微。微則無形。由是言之。安取餘哉。數而求窮之者。謂以情推。不用籌算。鼈臑之物。不同器用。陽馬之形。或隨修短廣狹。然不有鼈臑。無以審陽馬之數。不有陽馬。無以知錐亭之數。功實之主也。

今有鼈臑。下廣五尺無袤。上袤四尺無廣。高七尺。問積幾何。答曰。二十三尺少半尺。

術曰。廣袤相乘。以高乘之。六而一。

按此術臑者、背節也。或曰半陽馬。其形有似鼈肘。故以名云。中破陽馬。得兩鼈臑。鼈臑之起數。卽陽馬之半數。數同而實據半。故云六而一。卽得。

今有羨除。下廣六尺。上廣一丈。深三尺。末廣八尺無深。袤七尺。問積幾何。答曰。八十四尺。

術曰。幷三廣以深乘之。又以袤乘之。六而一。

按此術羨除、實隧道也。其所穿地上平下斜。似兩鼈臑。夾一壍堵。卽羨除之形。假令用此棊上廣三尺。深一尺。下廣一尺。末廣一尺。無深。袤一尺。下廣卽壍堵。上廣者。兩鼈臑與一壍堵相連之廣也。以深袤乘。得積五尺。鼈臑居二。壍堵居三。其於本棊。皆以爲六。故六而一。合四陽馬以爲方錐。斜畫方錐之底。亦合爲中方。就中方削而上合全。爲中方錐之半。於是陽馬之棊悉中解矣。中錐離而爲四鼈臑焉。故外錐之半。亦爲四鼈臑。雖背正異形。與常所謂鼈臑。參不相似。實則同也。所云夾壍堵者。中錐之鼈臑也。凡壍堵上袤短者。連陽馬也。下袤短者。與鼈臑連也。下兩袤相等。知亦與鼈臑連也。幷三廣以高袤乘六而一。皆其積也。今此羨除之廣。卽壍堵之袤也。按此本是三廣不等。卽與鼈臑連者。別而言之。中央壍堵。廣六尺。高三尺。袤七尺。末廣之兩旁。各一小鼈臑。皆與壍堵等。令小鼈臑居裏。大鼈臑居表。則大鼈臑出楕。皆方錐下廣三尺。袤六尺。高七尺。分取其半。則爲袤三尺。以高廣乘之。三而一。卽半錐之積也。斜解半錐。得此兩大鼈臑。求其積。亦當六而一。合於常率矣。按陽馬之棊兩斜。棊底方。當其方也。不問旁角而割之。相半可知也。推此上連。無成不方。故方錐與陽馬同實。角而割之者。相半之勢。此大小鼈臑。可知更相表裏。但體有背正也。

今有芻甍下廣三丈。袤四丈。上袤二丈。無廣。高一丈。問積幾何。答曰。五千尺。

術曰。倍下袤。上袤從之。以廣乘之。又以高乘之。六而一。

推明義理者舊說云凡積芻甍有上下廣曰童甍謂其屋蓋之苫也是故甍之下廣袤與童之上廣袤等正解方亭兩邊合之即芻甍之形也假令下廣二尺袤三尺上袤一尺無廣高一尺其用棊也中夾壍堵二兩端陽馬各二倍下袤上袤從之爲七尺以高廣乘之得冪十四尺陽馬之冪各居一壍堵之冪各居三以高乘之得積十四尺其於本棊也皆一而爲六故六而一即得亦可令上下袤差乘廣以高乘之三而一即四陽馬也下廣乘上袤而半之高乘之即二壍堵幷之以爲甍積也

芻童曲池盤池冥谷皆同術

術曰倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣乘之幷以高若深乘之皆六而一

按此術假令芻童上廣一尺袤二尺下廣三尺袤四尺高一尺其用棊也中夾立方二四面壍堵六四角陽馬四倍下袤爲八上袤從之爲十以高廣乘之得積三十尺是爲得中夾立方各三兩邊壍堵各四兩旁壍堵各六四角陽馬亦各六復倍上袤下袤從之爲八以高廣乘之得積八尺是爲得中央立方亦各三兩端壍堵各二幷兩旁三品棊皆一而爲六故六而一即得爲術又可令上下廣袤差相乘以高乘之三而一亦四陽馬上下廣袤互相乘幷而半之以高乘之即四面六壍堵與二立方幷之爲芻童積又可令上下廣袤互相乘而半之上下廣袤又各自乘幷以高乘之三而一即得也

其曲池者幷上中外周而半之以爲上袤亦幷下中外周而半之以爲下袤

此池環而不通匝形如盤蛇而曲之亦云周者謂如委穀依垣之周耳引而伸之周爲袤求袤之意環

田也。

今有芻童下廣二丈。袤三丈。上廣三丈。袤四丈。高三丈。問積幾何。答曰二萬六千五百尺。

今有曲池上中周二丈。外周四丈。廣一丈。下中周一丈四尺。外周二丈四尺。廣五尺。深一丈。問積幾何。答曰一千八百八十三尺三寸少半寸。

今有盤池上廣六丈。袤八丈。下廣四丈。袤六丈。深二丈。問積幾何。答曰七萬六百六十六尺太半尺。

負土往來七十步。其二十步上下棚除。棚除二當平道五。踟躕之間十加一。載輸之間三十步。定一返一百四十步。土籠積一尺六寸。秋程人功行五十九里半。問人到積尺及用徒各幾何。答曰人到二百四尺。用徒三百四十六人一百五十三分人之六十二。

術曰。以一籠積尺乘程行步數。爲實。往來上下棚除二當平道五。棚閣除、斜道有上下之難。故使二當五。置定往來步數十加一。及載輸之間三十步。是爲往來求一返凡用一百四十步。於今有術爲所有行率。籠積一尺六寸。爲所求到土率。程行五十九里半。爲所有數而今有之。卽所到尺數。所到約積尺。卽用徒人數者。此一人之積。除其衆積尺。故得用徒人數。

按。此術棚閣除斜道有上下之難。故使二當五。置定往來步數十加一。及載輸之間三十步。是爲往來求一返凡用一百四十步。於今有術爲所有行率。籠積一尺六寸。爲所求到土率。程行五十九里半。爲所有數而今有之。卽所到尺數。所到約積尺。卽用徒人數者。此一人之積。除其衆積尺。故得用徒人數。

爲術又可令往求一返所用之步約程行爲返數乘籠積爲一人所到以此術與今有術相反覆則乘除之或先後意各有所在而同歸耳

今有冥谷上廣二丈袤七丈下廣八尺袤四丈深六丈五尺問積幾何答曰五萬二千尺

載土往來二百步載輸之間一里程行五十八里六人共車車載三十四尺七寸問人到積尺及用徒各幾何答曰人到二百一尺五十分尺之十三用徒二百五十八人一萬六千三分人之三千七百四十六

術曰以一車積尺乘程行步數爲實置今往來步數加載輸之間一里以車六人乘之爲法除之所得卽一人所到尺以所到約積尺卽用徒人數

按此術、今有之義以載輸及往來幷得五百步爲所有行率車載三十四尺七寸爲所求到土率程行五十八里通之爲步爲所有數而今有之所得卽一車所到欲得人到者當以六人除之卽得術有分故亦更令法而幷除者亦用以半尺數以爲一人到土率　案此二十五字訛舛不可通據下文云術恐有分故令乘法而幷除又云亦可令六人約半積尺數爲一人到土率此卽下殘缺字句之誤入於前者應刪去以免重複

六人乘五百步爲行率也又亦可五百步爲行率令六人約半積尺數　案此句舛誤當云約車載尺數爲一人到土率以載土術入之入之者亦可求返數也要其會通而已　案此二十一字訛舛不可通據下云術恐有分故令乘法而幷除總承上數

六人除一車所到及六人約車載尺數二術也中間衍前二十五字及此二十一字蓋由傳寫失眞後人復妄意竄改耳術恐有分故令乘法而幷除以所到約積尺卽用徒人

數者以一人所積尺除其衆積故得用徒人數也

今有委粟平地下周一十二丈高二丈問積及爲粟幾何答曰積八千尺

於徽術當積七千六百四十三尺一百五十七分尺之四十九

淳風等按依密率爲積七千六百三十六尺十一分尺之四

爲粟二千九百六十二斛二十七分斛之二十六

於徽術當粟二千八百三十斛一千四百一十三分斛之一千二百一十

淳風等按依密率爲粟二千八百二十八斛九十九分斛之二十八

今有委米依垣內角下周八尺高五尺問積及爲米幾何答曰積三十五尺九分尺之五

於徽術當積三十三尺四百七十一分尺之四百五十七

淳風等按依密率當積三十三尺三十三分尺之三十一

爲米二十一斛七百二十九分斛之六百九十一

於徽術當米二十斛三萬八千一百五十一分斛之三萬六千九百八十

淳風等按依密率爲米二十斛二千六百七十三分斛之二千五百四十

今有委菽依垣下周三丈高七尺問積及爲菽各幾何答曰積三百五十尺

依徽術當積三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十六

淳風等按。依密率。爲積三百三十四尺十一分尺之一。爲菽一百四十四斛二百四十三分斛之八。

依徽術。當菽一百三十七斛一萬二千七百一十七分斛之七千七百七十一。

淳風等按。依密率。爲菽一百三十七斛八百九十一分斛之四百三十三。術曰。下周自乘。以高乘之。三十六而一。

此猶圓錐也。於徽術。亦當下周自乘。以高乘之。又以二十五乘之。九百四十二而一也。

其依垣者。

居圓錐之半也。

十八而一。

於徽術。當令此下周自乘。以高乘之。又以二十五乘之。四百七十一而一。依垣之周半於全周。其自乘之冪。居全周自乘之冪四分之一。故半全周之法。以爲法也。

其依垣內角者。

角、隅也。居圓錐四分之一也。

九而一。

於徽術。當令此下周自乘而倍之。以高乘之。又以二十五乘之。四百七十一而一。依隅之周半於依垣。

其自乘之冪。居依垣自乘之冪四分之一。當半依垣之法以爲法。法不可半。故倍其實。又此術亦用周三徑一之率。假令以三除周。得徑。若不盡。通分內子。卽爲徑之積。令自乘。以高乘之。爲三方錐之卽。分母自相乘。得九爲法。又當三而一。約方錐之積。從方錐中求圓錐之積。亦猶方冪求圓冪。乃當三乘之。四而一。方錐得圓冪之積。案此句衍方錐二字。又圓冪當作圓錐。前求方積。乃以三而一。今求圓錐之積。復合三乘之。二母既同。故相準折。惟以四乘分母九。得三十六。而連除圓錐之積。其圓錐之積。與平地聚粟同。故三十六而一。

淳風等按。依密率。以七乘之。其平地者。二百六十四而一。依垣者。一百三十二而一。依隅者。六十六而一也。

程粟一斛。積二尺七寸。

二尺七寸者。謂方一尺。深二尺七寸。凡積二千七百寸。

其米一斛。積一尺六寸五分寸之一。

謂一千六百二十寸。

其菽荅麻麥一斛。皆二尺四寸十分寸之三。

謂積二千四百三十寸。此爲以精粗爲率。而不等其槩也。粟率五。米率三。故米一斛。於粟一斛三分之

二。菽荅麻麥。亦如本率云。故謂此三量器爲槩而皆不合於今斛。當今大司農斛。圓徑一尺三寸五分五釐。正深一尺。於徽術爲積一千四百四十一寸。排成餘分又有十分寸之三。王莽銅斛。於今尺爲深九寸五分五釐。徑一尺三寸六分八釐二毫。以徽術計之。於今斛爲容九斗七升四合有奇。周官考工記。槩氏爲量。深一尺。內方一尺而圓外。其實一斛。於徽術此圓周積一千五百七十六寸。左氏傳曰。齊舊四量。豆區釜鍾。四升曰豆。各自其四。以登於釜。釜十則鍾。鍾六斛四斗。釜六斗四升。方一尺。深一尺。其積一千寸。若此方積容六斗四升。則通外圓積成量。容十斗四合一龠五分之三也。以數相乘之。則斛之制方一尺而圓其外。庣旁一釐七毫。冪一百五十六寸四分寸之一。深一尺。積一千五百六十二寸半。容十斗。王莽銅斛。與漢書律歷志所論斛同。

今有倉。廣三丈。袤四丈五尺。容粟一萬斛。問高幾何。答曰。二丈。

術曰。置粟一萬斛積尺。爲實。廣袤相乘。爲法。實如法而一。得高。以廣袤之冪除積。故得高。按此術本以廣袤相乘。以高乘之。得此積。今還元。置此廣袤相乘。爲法除之。故得高也。

今有圓困。

圓困、廩也。亦云圓囤也。

高一丈三尺三寸少半寸。容米二千斛。問周幾何。答曰。五丈四尺。

於徽術。當周五丈五尺二寸二十分寸之九。
淳風等按。依密率。爲周五丈五尺一百分尺之二十七。
術曰。置米積尺。
此積。猶圓堢壝之積。
以十二乘之。令高而一。所得。開方除之。即周。
於徽術。當置米積尺。以三百一十四乘之。爲實。二十五乘困高。爲法。所得。開方除之。即周也。此亦據見冪以求周。失之於徽少也。晉武庫中有漢時王莽所作銅斛。其篆書字題斛旁云。律嘉量斛。方一尺而圓其外。庣旁九釐五毫。冪一百六十二寸。深一尺。積一千六百二十寸。容十斗。及斛底云。律嘉量斗。方尺而圓其外。庣旁九釐五毫。冪一百六十二寸。案原本訛作冪一尺六寸二分於數不合。當是後人因下文積一百六十二寸。與此適同。妄改此以別於下。不知冪一百六十二寸者。半方寸也。其深僅一寸。故積仍爲一百六十二寸。積乃立方寸。與冪自別。況斗與斛之方圓庣旁既同。則冪亦同。斛深十倍於斗。故積十倍之。今據上下文訂正。深一寸。案原本訛作深一尺。今改正。積一百六十二寸。容一斗。合龠皆有文字。升居斛旁。合龠在斛耳上。後有讚文。與今律歷志同。亦魏晉所常用。今粗疏。王莽銅斛文字。尺寸分數。然不盡得。升合勺之文。按此術本周自相乘。以高乘之。十二而一。得此積。今還元。置此積。以十二乘之。令高而一。即復本周自乘之數。凡物自乘。開方除之。復其本周自乘之數。故開方除之。即得也。

淳風等按依密率以八十八乘之爲實七乘困高爲法實如法而一開方除之即周也

九章算術卷六

均輸以御遠近勞費

今有均輸粟、甲縣一萬戶、行道八日、乙縣九千五百戶、行道十日、丙縣一萬二千三百五十戶、行道十三日、丁縣一萬二千二百戶、行道二十日、各到輸所、凡四縣賦當輸二十五萬斛、用車一萬乘、欲以道里遠近、戶數多少、衰出之、問粟車各幾何、答曰、甲縣粟八萬三千一百斛、車三千三百二十四乘、乙縣粟六萬三千一百七十五斛、車二千五百二十七乘、丙縣粟六萬三千一百七十五斛、車二千五百二十七乘、丁縣粟四萬五百五十斛、車一千六百二十二乘、

術曰、令縣戶數各如其本行道日數而一、以爲衰、

按此均輸猶均運也、令戶率出車、以行道日數爲均、發粟爲輸、據甲行道八日、因使八戶共出一車、乙行道十日、因使十戶共出一車、計其在道、則皆戶一日出一車、案原本作出車脫一字今補、故可爲均平之率也、

甲衰一百二十五、乙丙衰各九十五、丁衰六十一、副幷爲法、以賦粟車數乘未幷者、各自爲實、

衰分科率、

實如法得一、案原本作得一車亦後人妄加車字今刪、

各置所當出車以其行道日數乘之如戶數而一得率戶用車二日四十七分日之三十一故謂之均求此戶以率當各計車之錢分也案此二句舛誤當云求此率以戶當各計車之衰分也

淳風等按縣戶有多少之差行道有遠近之異欲其均等故各令行道日數約戶爲衰案原本脫道字今補行道多者少其戶行道少者多其戶故各令約戶爲衰以八日約除甲縣得一百二十五乙丙各九十五丁六十一於今有術副幷爲所有率未幷者各爲所求率以賦粟車數爲所有數而今有之各得車數一旬除乙十三除丙各得九十五二旬除丁得六十一也案淳風等至此原本訛在前接故可爲均平之率也下於術意前後失次今訂正

有分者上下輩之

輩配也車牛人之數不可分裂推少就多均賦之宜今按甲分既少宜從於乙滿法除之有餘從丙丁分又少亦宜就丙除之適盡加乙丙各一上下輩益以少從多也

以二十五斛乘車數卽粟數

今有均輸卒甲縣一千二百人薄塞乙縣一千五百五十人行道一日丙縣一千二百八十人行道二日丁縣九百九十人行道三日戊縣一千七百五十人行道五日凡五縣賦輸卒一月一千二百人欲以遠近、戶率多少、衰出之問縣各幾何答曰甲縣二百二十九人乙縣二百八十六人丙縣二百二十八人丁

縣一百七十一人。戊縣二百八十六人。

術曰。令縣卒各如其居所及行道日數而一。以爲衰。

按。此亦以日數爲均。發卒爲輸甲無行道日。但以居所三十日爲率。言欲爲均平之率者。當使甲三十人而出一人。出一人者。計役則皆一人一日。是以可爲均平之率。

甲衰四。乙衰五。丙衰四。丁衰三。戊衰五。副并爲法。以人數乘未并者。各自爲實。實如法而一。各置所當出人數。以其居所及行道日數乘之。如縣人數而一。案此二十四字。原本又重見於後。接故存之也下。今刪彼存此。得戶率人役五日七分日之五。案此十二字。原本接注文重見者之下。今據徽說前後體例訂正。

淳風等按。爲衰於今有術。副并爲所有率。未并者各爲所求率。以賦卒人數爲所有數。此術似別。考則意同。以廣異聞。故存之也。案此條原本訛入上注。接如縣人數而一之下。脫淳風等按四字。今據淳風等所釋前後體例訂正。又爲衰二字上有脫文。當云各令居所及行道日數。約縣卒爲衰。

有分者上下輩之。

輩、配也。今按丁分最少。宜就戊除。不從乙者。丁近戊故也。滿法除之。有餘從乙。丙分又少。亦就乙除。有餘從甲。除之適盡。從甲丙二分。其數正等。三者於乙遠近皆同。不以甲從乙者。方以下從上也。

今有均賦粟。甲縣二萬五百二十戶。粟一斛二十鍰。自輸其縣。乙縣一萬二千三百一十二戶。粟一斛一

十錢。至輸所二百里。丙縣七千一百八十二戶。粟一斛一十二錢。至輸所一百五十里。丁縣一萬三千三百三十八戶。粟一斛一十七錢。至輸所二百五十里。戊縣五千一百三十戶。粟一斛一十三錢。至輸所一百五十里。凡五縣。賦輸粟一萬斛。一車載二十五斛。與僦一里一錢。欲以縣戶輸粟。令費勞等。問題各粟幾何。答曰。甲縣三千五百七十一斛二千八百七十三分斛之五百一十七。乙縣二千三百八十斛二千八百七十三分斛之二千二百六十。丙縣一千三百八十八斛二千八百七十三分斛之二千二百七十六。丁縣一千七百一十九斛二千八百七十三分斛之一千三百一十三。戊縣九百三十九斛二千八百七十三分斛之二千二百五十三。

術曰。以一里僦價乘至輸所里。

此以出錢爲均也。問者曰。一車載二十五斛。與僦一里一錢。一錢卽一里僦價也。以乘里數者。欲知僦一車到輸所所用錢也。甲自輸其縣。則無取僦價也。

以一車二十五斛除之。

欲知僦一斛所用錢。

加一斛粟價。案原本一訛作以。注同。今據淳風等所釋。竝改正。則致一斛之費。

加一斛之價於一斛僦直。卽凡餘粟取僦錢也。甲一斛之費二十。乙丙各十八。丁二十七。戊十九也。

各以約其戶數爲衰。

言使甲二十戶共出一斛。乙丙十八戶共出一斛。計其所費則皆戶一錢。故可爲均賦之率也。甲衰一千二十六。乙衰六百八十四。丙衰三百九十九。丁衰四百九十四。戊衰二百七十。副幷爲法。所賦粟乘未幷者。各自爲實。實如法得一。

各置所當出粟。以其一斛之費乘之。如戶數而一。得率戶出三錢二千八百七十三分錢之一千三百八十一。

淳風等按。此以出錢爲均。問者曰。一車載二十五斛。與傚一里一錢。一錢。卽一里傚價也。案。原本脫價字。今據注文補入。以乘里數者。案。原本脫數字。今據注文補入。欲知傚一車到輸所所用錢。甲自輸其縣。則無取傚之價。以一車二十五斛除之者。欲知傚一斛所用錢。加一斛之價於一斛傚直。卽凡餘粟取傚錢。甲一斛工費二十。乙丙各十八。丁二十七。戊一十九。各以約其戶爲衰。甲衰一千二十六。乙衰六百八十四。丙衰三百九十九。丁衰四百九十四。戊衰二百七十。言使甲二十戶共出一斛。乙丙十八戶共出一斛。計其所費。則皆戶一錢。故可爲均賦之率也。案。率字下。原本衍計字。今刪。於今有術副幷爲所有率。未幷者各爲所求率。賦粟一萬斛爲所有數。此今有衰分之義也。案。此條原本誤連上劉徽注。脫淳風等三字。攷其文義。多與徽所注重複。應是淳風等更舉注文。以總解術意。書內此類甚多。今改正。

計經賦之率。既有戶算

之率。亦有遠近貴賤之率。此二率者。各自相與通。通則甲二十。乙十二。丙七。丁十三。戊五。一斛之費。謂之錢率。錢率約戶率者。則錢爲母。戶爲子。子不齊。令母互乘爲齊。則衰也。若其不然。以一斛之費。約戶數取衰。竝有分。當通分內子約之。於算甚繁。此一章皆相與通功共率。略相依似。以上二率下一率。亦可放此。從其簡易而已。又以分言之。使甲一戶出二十分斛之一。乙一戶出十八分斛之一。各以戶數乘之。亦可得一縣凡所當輸。俱爲衰也。乘之者乘其子。母報除之。以此觀之。則以一斛之費約戶數者。其意不異矣。然則可置一斛之費而反衰之。約戶以乘戶率爲衰也。合分注曰。母除爲率。率乘子爲齊。反衰注曰。先同其母。各以分母約其子。爲反衰。以施其率。爲算既約。且不妨處下也。案計經賦之率至此。原本訛入前節注文。故可爲均賦之率也下文多舛誤不可通。據辭內引合分注及反衰注。乃淳風等推論術意無疑。今改正。

今有均賦粟。甲縣四萬二千算。粟一斛二十。傭價一日一錢。自輸其縣。乙縣三萬四千二百七十二算。粟一斛一十八。傭價一日一十錢。到輸所七十里。兩縣一萬九千三百二十八算。粟一斛一十六。傭價一日五錢。到輸所一百四十里。丁縣一萬七千七百算。粟一斛一十四。傭價一日五錢。到輸所一百七十五里。戊縣二萬三千四十算。粟一斛一十二。傭價一日五錢。到輸所二百一十里。已縣一萬九千一百三十六算。粟一斛一十。傭價一日五錢。到輸所二百八十里。凡六縣。賦粟六萬斛。皆輸甲縣。六人共車。車載二十五斛。重車日行五十里。空車日行七十里。載輸之間各一日。粟有貴賤。傭各別價。以算出錢。令費勞等。問

縣各粟幾何答曰甲縣一萬八千九百四十七斛一百三十三分斛之四十九乙縣一萬八百二十七斛一百三十三分斛之九丙縣七千二百一十八斛一百三十三分斛之六丁縣六千七百六十六斛一百三十三分斛之一百二十二戊縣九千二十二斛一百三十三分斛之七十四己縣七千二百一十八斛一百三十三分斛之六

術曰以車程行空重相承爲法并空重以乘道里各自爲實實如法得一案原本作得一日亦後人妄加日字今刪

按此術重往空還一輸再行道也置空行一里用七十分日之一重行一里用五十分日之一齊而同之空重行一里之路往返用一百七十五分日之六定言之者一百七十五里之路往返用六日也故并空重者齊其子也空重相乘者同其母也於今有術至輸所里爲所有數六爲所求率齊一百七十五爲所有率而今有之即各得輸所用日也

加載輸各一日

欲得幾日也案原本訛作凡日也今改正

而以六人乘之

欲知致一車用人也

又以傭價乘之

欲知致車人傭直幾錢。以二十五解除之。

欲知致一斛之傭直也。

加一斛粟價。卽致一斛之費。

加一斛之價於致一斛之傭直。案原本價訛作費。於訛作則。今改正。卽凡輸一斛餘粟取傭所用錢。各以約其算數。爲衰。

今按甲衰四十二。乙衰二十四。丙衰十六。丁衰十五。戊衰二十。己衰十六。於今有術。副幷爲所有率。未幷者各自爲所求率。所賦粟爲所有數。此今有衰分之義也。

副幷爲法。以所賦粟乘未幷者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一斛。亦後人妄加斛字。今刪。各直所當出粟。以其一斛之費乘之。如算數而一。得率算出九錢一百三十三分錢之三。又載輸之間各一日者。卽二日也。

今有粟七斗。三人分舂之。一人爲糲米。一人爲粺米。一人爲糳米。令米數等。問取粟、爲米、各幾何。答曰。糲米取粟二斗一百二十一分斗之一十。粺米取粟二斗一百二十一分斗之三十八。糳米取粟二斗一百二十一分斗之七十三。爲米各一斗六百五分斗之一百五十一。

術曰。列直糲米三十。粺米二十七。糳米二十四。而反衰之。

此先約三率。糲爲十。粺爲九。糳爲八。欲令米等者。其取粟糲率十分之一。粺率九分之一。糳率八分之一。當齊其子。故曰反衰也。

淳風等按。米有精麤之異。粟有多少之差。據率。粺糳少而糲多。用粟則粺糳多而糲少。米若依本率之分。粟當倍率。故今反衰之。使精取多而麤得少。

副并爲法。以七斗乘未并者。各自爲取粟實。實如法得一。

於今有術。副并爲所有率。未并者各爲所求率。粟七斗爲所有數而今有之。故各得取粟也。

若求米等者。以本率各乘定所取粟爲實。以粟率五十爲法。實如法得一。案。原本作得一斗。亦後人妄加斗字。今刪。

若徑求爲米等數者。直糲米三用粟五。粺米二十七用粟五十。糳米十二用粟二十五。齊其粟。同其米。并齊爲法。以七斗乘同爲實。所得。卽爲米斗數。

今有人。當稟粟二斛。倉無粟。欲與米一菽二。以當所稟粟。問各幾何。答曰。米五斗一升七分升之三。菽一斛二升七分升之六。

術曰。置米一菽二。求爲粟之數。并之。得三九分之八。案。九分。原本訛作分九。今據注改正。以爲法。亦置米一菽二而以粟二斛

乘之。各自爲實。實如法得一。案原本作得一斛。亦後人妄加斛字。今删。

淳風等按。置粟率五。乘米一。米率三除之。得一三分之三。卽是米一之粟也。粟率十。以乘菽二。菽率九除之。得二九分之二。卽是菽二之粟也。幷全得三。齊子。幷之。得二十四。同母得二十七。約之得九分之八。故云幷之得三九分之八。米一菽二。當粟三九分之八。此其粟率也。於今有術。米一菽二。皆爲所求率。當粟三九分之八。爲所有率。粟二斛。爲所有數。凡言率者。當相與通之。則爲米九菽十八。當粟三十五也。亦有置米一菽二。求其爲粟之率。以爲列衰。副幷爲法。以粟乘列衰。爲實。所得。卽米一菽二所求粟也。以米菽本率而今有之。卽合所問。

今有取傭負鹽二斛。行一百里。與錢四十。今負鹽一斛七斗三升少半升。行八十里。問與錢幾何。答曰。二十七錢一十五分錢之一十一。

術曰。置鹽二斛升數。以一百里乘之。爲法。

按。此術以負鹽二斛升數。乘所行一百里。得二萬里。是爲負鹽一升行二萬里。得錢四十千。今有術爲所有率。升數乘所行里。爲法。於今有術爲所有數也。

以四十錢。乘今負鹽升數。又以八十里乘之。爲實。實如法得一。案原本作得一錢。亦後人妄加錢字。今删。

以今負鹽升數。乘所行里。今負鹽一升。凡所行里也。於今有術。以所有四十錢。爲所求率也。衰分章、皆

人千錢。與此同。案此條原本訛作正文今據前後體例改爲注。

今有負籠重一石一十七斤。行七十六步五十返。今負籠重一石。行百步。問返幾何。答曰。五十七返二千六百三分返之一千六百二十九。

術曰。以故所行步數。乘故籠重斤數。爲法。

此法。謂負一斤一返所行之積步也。

今籠重斤數乘今步。又以返數乘之。爲實。實如法得一。案原本作得一返。亦後人妄加返字。今刪。

按。此法負一斤一返所行之積步。此實者一斤一日所行之積步。故以一返之課。除終日之程。卽是返數也。

淳風等按。此術所行步多者。得返少。所行步少者。得返多。然則所行者。今返率也。故令所得返、乘今返之率。爲實。而以故返之率。爲法。今有術也。按此負籠又有輕重。於是爲術者。因令重者得返少。輕者得返多。故又因其率以乘法實者。重今有之義也。然此意非也。按此籠雖輕。而行有限。籠過重。則人力遺。力有遺而術無窮。人行有限。而籠輕重不等。使其有限之力。隨彼無窮之變。故知此術率乖理也。若故所行。有空行返數。設以問者。當因其所負。以爲返率。則今返之數。可得而知也。假令空行一日六十里。負重一斛行四十里。減重一斗進二里半。負重三斗以下。與空行同。今負籠重六斗。往返行一百步。問

返幾何。答曰。一百五十返。術曰。置重行率。加十里。以里法通之。爲實。以一返之步爲法。實如法而一。即得也。

今有程傳委輸。空車日行七十里。重車日行五十里。今載太倉粟輸上林。五日三返。問太倉去上林幾何。答曰。四十八里一十八分里之一十一。

術曰。幷空重里數。以三返乘之。爲法。令空重相乘。又以五日乘之。爲實。實如法得一。案。原本作得一里。亦後人妄加里字。今删。此亦如上術。率一百七十五里之路。往返用六日也。於今有術。則五日爲所有數。一百七十五里爲所求率。六日爲所有率。以此所得則三返之路。今求一返。當以三約之。因令乘法而幷除也。爲術亦可各置空重行一里用日之率。以爲列衰。副幷爲法。以五日乘列衰爲實。實如法。所得。即各空重行日數也。各以一日所行。以乘爲凡日所行。三返約之。爲上林去太倉之數。按此術重往空還。一輸再還。道置空行一里七十分日之一。重行一里用五十分日之一。齊而同之。空重行一里之路。往返用一百七十五分日之六。定言之者。一百七十五里之路。往返用六日。故幷空重者。幷齊也。空重相乘者。同其母也。於今有術。五日爲所有數。一百七十五爲所求率。六爲所有率。以此所得。則三返之路。今求一返者。當以三約之。故令乘法而幷除。亦當約之也。案。自按術重往空還以下。應是李淳風等所釋。訛爲劉注。

今有絡絲一斤。爲練絲一十二兩。練絲一斤。爲青絲一斤一十二銖。今有青絲一斤。問本絡絲幾何。答曰。

一斤四兩一十六銖三十三分銖之一十六。

術曰。以練絲十二兩乘青絲一斤一十二銖。爲法。以青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數。又以絡絲一斤乘之。爲實。案原本脫之字今補。實如法得一。案原本作得一斤亦後人妄加斤字今刪。

按。練絲一斤。爲青絲一斤十二銖。此練率三百八十四。青率三百九十六也。又絡絲一斤。爲練絲十二兩。此絡率十六。練率十二也。置今有青絲一斤。以練率三百八十四乘之。爲實。實如青絲率三百九十六而一。所得。青絲一斤用練絲之數也。又以絡率十六乘之所得。爲實。以練率十二爲法。所得。卽練絲用絡絲之數也。是謂重今有也。雖各有率。不問中間。故令後實乘前實。後法乘前法。而幷除也。故以練絲兩數爲實。青絲銖數爲法。一曰。又置絡絲一斤兩數。與練絲十二兩約之。絡得四。練得三。此其相與之率。又置練絲一斤銖數。案原本脫數字今補。與青絲一斤一十二銖約之。練得三十二。青得三十三。亦其相與之率。齊其青絲絡絲。同其二練。絡得一百二十八。青得九十九。練得九十六。卽三率悉通矣。今有練絲一斤。爲所有數。絡絲一百二十八。爲所求率。青絲九十九。爲所有率。爲率之意猶此。但不先約諸率耳。凡率錯互不通者。皆積齊同用之。放此。雖四五轉。不異也。言同其二練者。以明三率之相與通耳。於術無以異也。又一術。今有青絲一斤銖數。乘練絲一斤兩數。爲實。以青絲一斤一十二銖爲法。所得。卽用練絲兩數。以絡絲一斤乘所得。爲實。以練絲十二兩爲法。所得。卽用絡絲斤數也。

今有惡粟二十斗舂之得糲米九斗今欲求粺米一十斗問惡粟幾何答曰二十四斗六升八十一分升之七十四

術曰置糲米九斗以九乘之爲法亦置粺米十斗以十乘之又以惡粟二十斗乘之爲實實如法得一（案原本作得一斗亦後人妄加斗字今删）

按此術置今有求粺米十斗以糲米率十乘之如糲率九而一即糲亦化爲惡粟矣此亦重今有之義爲術之意猶絡絲也雖各有率不問中間故令後實乘前實後法乘前法而幷除之也

今有善行者行一百步不善行者行六十步今不善行者先行一百步善行者追之問幾何步及之答曰二百五十步

術曰置善行者一百步減不善行者六十步餘四十步以爲法以善行者之一百步乘不善行者先行一百步爲實實如法得一（案原本作得一步亦後人妄加步字今删）

按此術以六十步減一百步餘四十步即不善行者先行率也善行者行一百步追及率約之追及率得五先行率得二於今有術（案原本脫有字今補）不善行者先行一百步爲所有數五爲所求率二爲所有率而今有之得追及步也

今有不善行者先行一十里。善行者追之一百里。先至不善行者二十里。問善行者幾何里及之。答曰。三十三里少半里。

術曰。置不善行者先行一十里。以善行者先至二十里增之。以爲法。以不善行者先行一十里。乘善行者一百里。爲實。實如法得一。案原本作得一里。亦後人妄加里字。今刪。

按此術不善行者既先行一十里。後不及二十里。幷之得三十里也。謂之先行率。善行者一百里爲追及率。約之。先行率得三。三爲所有率而今有之。卽得也。其意如上術也。

今有兎先走一百步。犬追之二百五十步。不及三十步而止。問犬不止。復行幾何步及之。答曰。一百七步七分步之一。

術曰。置兎先走一百步。以犬走不及三十步減之。餘爲法。以不及三十步。乘犬追步數。爲實。實如法得一。案原本作得一步。亦後人妄加步字。今刪。

按此術以不及三十步。減先走一百步。餘七十步。爲兎先走率。犬行二百五十步。爲追及率。約之。先走率得七。追及率得二十五。於今有術。不及三十步爲所有數。二十五爲所求率。七爲所有率而今有之。卽得也。

今有人持金十二斤出關。關稅之。十分而取一。今關取金二斤。償錢五千。問金一斤值錢幾何。答曰。六千

二百五十。

術曰。以一十乘二斤。以十二斤減之。餘爲法。以一十乘五千爲實。實如法得一。案原本作得一錢。亦後人妄加錢字。今删。

按此術置十二斤。以一乘之。十而一。得一斤五分斤之一。卽所當稅者也。減二斤。餘卽關取盈金。以盈除所償錢。卽金值也。案原本訛作實。今改正。今術既以十二斤爲所稅。則是以十爲母。故以十乘二斤及所償錢。通其率。於今有術五千錢爲所有數。十爲所求率。八爲所有率而今有之。卽得也。

今有客馬日行三百里。客去忘持衣。日已三分之一。主人乃覺。持衣追及。與之而還。至家視日四分之三。問主人馬不休。日行幾何。答曰。七百八十里。

術曰。置四分日之三。除三分日之一。

按此術置四分日之三除三分日之一者。除卽減也。案原本訛作其。今改正。減之。餘有十二分之五。卽是主人追客還、用日率也。

半其餘。以爲法。

去其還。存其往。率之者。子不可半。故倍母二十四分之五。是爲主人與客均行、用日之率也。

副置法、增三分日之一。

法二十四分之五者。主人往追、用日之分也。三分之一者。客去主人未覺之前。獨行用日之分也。幷連此數。得二十四分日之十三。則主人追及前、用日之分也。是爲客行主人追及、用日率也。然則主人用日率者。客馬行率也。客用日率者。主人馬行率也。母同則子齊。是爲客馬行率五。主人馬行率十三。於今有術。三百里爲所有數。十三爲所求率。五爲所有率而今有之。卽得也。

以三百里乘之。爲實。實如法。得主人馬一日行。

欲知主人追客所行里者。以三百里乘主人均行日分子十三。以母二十四而一。得一百六十二里半。以此乘主人均行日分母二十四。如客馬與主人均行用日分子五而一。亦得主人馬一日行七百八十里也。

今有金箠。長五尺。斬本一尺。重四斤。斬末一尺。重二斤。問次一尺。各重幾何。答曰。末一尺重二斤。次一尺重二斤八兩。次一尺重三斤。次一尺重三斤八兩。次一尺重四斤。

術曰。令末重減本重。餘卽差率也。又置本重。以四間乘之。爲下第一衰。副置。以差率減之。每尺各自爲衰。按此術五尺有四間者。有四差也。今本末相減。餘卽四差之凡數也。以四約之。卽得每尺之差。以差數減本重。餘卽次尺之重也。爲術所置。如是而已。今此率以四爲母。故令母乘本爲衰。通其率也。亦可置末重以四間乘之。爲上第一衰。以差重率加之。爲次下衰也。

副置下第一衰以爲法以本重四斤偏乘列衰各自爲實實如法得一。案原本作得一斤亦後人妄加斤字今刪。以下第一衰爲法以本重乘其分母之數而又反此率乘本重爲實一乘一除勢無損益故惟本存焉衆衰相推爲率則其餘可知也亦可副置末衰爲法而以末重二斤乘列衰爲實此雖迂迴然是其舊故就新而言之也

今有五人分五錢令上二人所得與下三人等問各得幾何答曰甲得一錢六分錢之二乙得一錢六分錢之一丙得一錢丁得六分錢之五戊得六分錢之四

術曰置錢錐行衰

按此術錐行者謂如立錐初一次二次三次四次五各均爲一列者也

并上二人爲九并下三人爲六六少於九三三數不得等但以五四三二爲率也

以三均加焉副并爲法以所分錢乘未并者各自爲實實如法得一。案原本作得一錢注內同亦後人妄加錢字今刪。

此問者令上二人與下三人等上下部差一人其差三均加上部則得二三均加下部則得三三下部猶差一人差得一以通於本率即上下部等也於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率五錢爲所有數而今有之即得等耳假令七人分七錢欲令上二人與下五人等則上下部差三人并上部爲

十三下部爲十五下多上少下不足減上當以上下部列差而後均減乃合所問耳此可倣下術令上二人分二錢半爲上率令下二人分二錢半爲下率上下二率以少減多餘爲實置二人三人各半之減五人餘爲法實如法得一卽衰相去也下衰率六分之五者丁所得錢數也

今有竹九節下三節容四升上四節容三升問中間二節欲均容各多少答曰下初一升六十六分升之二十九次一升六十六分升之二十二次一升六十六分升之一十五次一升六十六分升之八次一升六十六分升之一次六十六分升之六十次六十六分升之五十三次六十六分升之四十六次六十六分升之三十九

術曰以下三節分四升爲下率以上四節分三升爲上率

此二率者各其平率也

上下率以少減多餘爲實

按此上下節各分所容爲率者各其平率上下以少減多者餘爲中間五節半之凡差故以爲實也

置四節三節各半之以減九節餘爲法實如法得一案原本作得一升亦後人妄加升字今刪卽衰相去也

按此術上下節所容已定之節中間相去節數也實者中間五節半之凡差也故實如法而一則每節之差也

下率一升少半升者下第二節容也。

一升少半升者下三節通分四升之平率平率卽爲中分節之容也。

今有鳧起南海七日至北海雁起北海九日至南海今鳧雁俱起問何日相逢答曰三日十六分日之十五。

術曰并日數爲法日數相乘爲實實如法得一。案原本作得一日亦後人妄加日字今刪。

按此術置鳧七日一至雁九日一至齊其至同其日定六十三日鳧九至雁七至今鳧雁俱起而問相逢者是爲共至并齊以除同卽得相逢日故并日數爲法者并齊之意日數相乘爲實者猶以同爲實也一曰鳧飛日行七分至之一雁飛日行九分至之一齊而同之鳧飛定日行六十三分至之九雁飛定日行六十三分至之七是爲南北海相去六十三分鳧日行九分雁日行七分也并鳧雁一日所行以除南北相去而得相逢日也。

今有甲發長安五日至齊乙發齊七日至長安今乙發已先二日甲乃發長安問幾何日相逢答曰二日十二分日之一。

術曰并五日七日以爲法。

按此術并五日七日爲法者猶并齊爲法置甲五日一至乙七日一至齊而同之定三十五日甲七至

乙五至。幷之爲十二至者。用三十五日也。謂甲乙與發之率耳。然則日化爲至。當除日。故以爲法也。以乙先發二日減七日。

減七日者。言甲乙俱發。今以發爲始發之端。於本道里則餘分也。

餘以乘甲日數爲實。

七者。長安去齊之率也。五者。後發相去之率也。今問後發。故舍七用五。以乘甲五日。爲二十五日。言甲七至。乙五至。更相去用此二十五日也。

實如法得一。案原本作得一日。亦後人妄加日字。今刪。

一日甲行五分至之一。乙行七分至之一。齊而同之。甲定日行三十五分至之七。乙定日行三十五分至之五。是爲齊去長安三十五分。甲日行七分。乙日行五分也。今乙先行發二日。已行十分。餘相去二十五分。故減乙二日。餘令相乘爲二十五分。

今有一人一日爲牡瓦三十八枚。一人一日爲牝瓦七十六枚。今令一人一日作瓦。牝牡相半。問成瓦幾何。答曰。二十五枚少半枚。

術曰。幷牝牡爲法。牝牡相乘實。實如法得一。案原本作得一枚。亦後人妄加枚字。今刪。

此意亦與鳧雁同術。牝牡瓦相幷。猶如鳧雁日飛相幷也。按此術幷牝牡爲法者。幷齊之意。牝牡相乘

爲實者。猶以同爲實也。故實如法。卽得也。

今有一人一日矯矢五十。一人一日羽矢三十。一人一日箇矢十五。今令一人一日。自矯羽箇。問成矢幾何。答曰。八矢少半矢。

術曰。矯矢五十。用徒一人。羽矢五十。用徒一人。太半人。箇矢五十。用徒三人。少半人。幷之得六人。以爲法。以五十矢爲實。實如法得一。案。原本作得一矢。亦後人妄加矢字。今刪。

按。此術言成矢五十。用徒六人。一日工也。此同工共作。猶鳧雁共至之類。亦以同爲實。幷齊爲法。可令矢互乘一人爲齊。矢相乘爲同。今先令同於五十矢。矢同則徒齊。其歸一也。以此術爲鳧雁者。當雁飛九日而一至。鳧飛九日而一至七分至之二。幷之得二至七分至之二。以爲法。以九日爲實。實如法而一得一人日矯矢之數也。

今有假田初假之歲三畝一錢。明年四畝一錢。後年五畝一錢。凡三歲得一百。問田幾何。答曰。一頃二十七畝四十七分畝之三十。

術曰。置畝數及錢數。令畝數互乘錢數。幷以爲法。畝數相乘。又以百錢乘之。爲實。實如法得一。案。原本作得一畝。亦後人妄加畝字。今刪。

按此術令畝互乘錢者齊其錢畝數相乘者同其畝同於六十則初假之歲得錢二十明年得錢十五後年得錢十二也凡三歲得錢一百爲所有數同畝爲所求率四十七錢爲所有率今有之卽得也齊其錢同其畝亦如鳧雁術也於今有術百錢爲所有數同畝爲所求率幷齊爲所有率

淳風等按假田六十畝初歲得錢二十明年得錢十五後年得錢十二幷之得錢四十七是爲得田六十畝三歲所治於今有術百錢爲所有數六十畝爲所求率四十七爲所有率而今有之卽合問也

今有程耕一人一日發七畝一人一日耕三畝一人一日耨種五畝今令一人一日自發耕耨種之問治田幾何答曰一畝一百一十四步七十一分步之六十六

術曰置發耕耨畝數令互乘人數幷以爲法畝數相乘爲實實如法得一案原本作得一畝亦後人妄加畝字今刪

此猶鳧雁術也

淳風等按此術亦發耕耨種畝數互乘人者齊其人畝數相乘者同其畝故幷齊爲法以同爲實計田一百五畝發用十五人耕用三十五人種用二十一人幷之得七十一工治得一百五畝故以爲實而一人一日所治故以人數爲法除之卽得也

今有池五渠注之其一渠開之少半日一滿次一日一滿次二日半一滿次三日一滿次五日一滿今皆決之問幾何日滿池答曰七十四分日之十五

術曰。各置渠一日滿池之數。幷以爲法。

按。此術其一渠少半日滿者。是一日三滿也。次一日一滿。次二日半滿者。是一日五分滿之二也。次三日滿者。是一日三分滿之一也。次五日滿者。是一日五分滿之一也。幷之。得四滿十五分滿之十四也。以一日爲實。實如法得一。案原本作得一日下同。皆後人妄加日字。今刪。此猶矯矢之術也。先令同於一日。日同則滿齊。自鳧雁至此。其爲同齊。有二術焉。可隨率宜也。

其一術。列置日數及滿數。案列原本訛作各。今據注文改正。其一渠少半日滿者。是一日三滿也。次一日一滿。次二日半滿者。是五日二滿。次三日一滿。次五日一滿。此謂之列置日數及滿數也。

今日互相乘滿。幷以爲法。日數相乘爲實。實如法得一。

亦如鳧雁術也。

淳風等按。此其一渠少半日滿池者。是一日三滿池也。次一日一滿。次二日半滿者。是五日再滿。次三日一滿。次五日一滿。此謂列置日數於右行。及滿數於左行。以日互乘滿者。齊其滿。日數相乘者。同其日。滿齊而日同。故幷齊以除同。卽得也。案此條原本誤連上劉徽注。脫淳風等三字。攷其文義多與前節注文重複。應是淳風等復舉以總解術意。今訂正。

今有人持米出三關。外關三而取一。中關五而取一。內關七而取一。餘米五斗。問本持米幾何。答曰。十斗九升八分升之三。

術曰。置米五斗。以所稅者三之、五之、七之、爲實。以餘不稅者二、四、六、互相乘爲法。案。互相原本訛作相五。今改正。實如法得一。案。原本作得一斗。亦後人妄加斗字。今刪。此亦重今有術也。案。原本脫術字。今補。所稅者。謂今所當稅之定三、五、七。皆爲所求率。二、四、六、皆爲所有率。置今有餘米五斗。以七乘之。六而一。卽內關未稅之本米也。又有五乘之。四而一。卽外關未稅之本米也。今從末求本。不問中間。故令中率轉相乘而同之。亦如絡絲術。

又一術。外關三而取一。則其餘本米三分之二也。求外關所稅之餘。則當置三分乘之。二而一。欲知中關以四乘之。五而一。欲知內關以六乘之。七而一。凡餘分者。乘其母。而以三、五、七、相乘。得一百五爲分母。二、四、六、相乘。得四十八爲分子。約而言之。則是餘米於本所持三十五分之十六也。於今有術。餘米五斗爲所有數。分母三十五爲所求率。分子十六爲所有率也。

今有人持金出五關。前關二而稅一。次關三而稅一。次關四而稅一。次關五而稅一。次關六而稅一。次五關所稅。適重一斤。問本持金幾何。答曰。一斤三兩四銖五分銖之四。

術曰．置一斤．通所稅者以乘之．爲實．亦通其不稅者．以減所通．餘爲法．實如法得一．案．原本作得一斤．亦後人妄加斤字．今刪．

此意猶上術也．置一斤通所稅者．謂令二三四五六相乘．爲分母七百二十也．通其所不稅者．謂令所稅之餘一二三四五相乘．爲分子一百二十也．約而言之．是爲餘金於本所持六分之一也．以子減母．凡五關所稅．六分之五也．於今有術．所稅一斤爲所有數．分母六爲所求率．分子五爲所有率．此亦重今有之義．又雖各有率．不問中間．故令中率轉相乘而連除之．即得也．置一以爲持金之本率．以稅率乘之除之．則其率亦成積分也．

九章算術卷七

盈不足以御隱雜互見

今有共買物人出八盈三人出七不足四問人數物價各幾何答曰七人物價五十三

今有共買鷄人出九盈一十一人出六不足十六問人數鷄價各幾何答曰九人鷄價七十

今有共買璢人出半盈四人出少半不足三問人數璢價各幾何答曰四十二人璢價十七

今有共買牛七家共出一百九十不足三百三十九家共出二百七十盈三十問家數牛價各幾何答曰一百二十六家牛價三千七百五十

按此術并盈不足者爲衆家之差故以爲實置所出率各以家數除之各得一家所出率以少減多者得一家之差以除卽家數以出率乘之減盈故得牛價也

術曰盈不足相與同共買物者案此十字原本訛在有分者通之句下共訛作其遂不可通今改正置所出率盈不足各居其下令維乘所出率并以爲實并盈不足爲法案此下原本有實如法而一五字考此術法實皆以設差約之實爲物價法爲人數與他術實如法而一者不同此五字後人所加今刪

按盈者謂之朓不足者謂之朒所出率謂之假令盈朒雜乘兩設者欲爲同齊之意據共買物人出八盈三人出七不足四齊其假令同其盈朒盈朒俱十二通計齊則不盈不朒之正數故可并之爲實并

盈不足爲法。齊之三十二者。是四假令有盈十二。齊之二十一者。是三假令亦朒十二。幷七假令合爲一實。故幷三、四爲法。案此條原本訛在以御隱雜互見之下。今改正移此。

有分者通之。

若兩設有分者。齊其子。同其母。此問兩設俱見零分。故齊其子。同其母。案此條首句之上。原本有注云二字。接上條故幷三四爲法之下。係後人連合注文。因其更端不相通貫。竄入注云二字以別之。今删正。

副置所出率。案原本脫副字。今補。以少減多。餘以約法實。實爲物價。法爲人數。案此術前列四問。本會通爲一。微注辭不達意。後人失其解。遂妄加改竄。據第二問。人出九盈十一。人出六。不足十六。以十六互乘九。得一百四十四。以十一互乘六。得六十六。幷之。二百一十。爲實。所謂相與同共買物者。置所出率。盈不足各居其下。令維乘所出率。幷以爲實也。盈十一。及不足十六。幷之二十七。爲法。所謂幷盈不足爲法也。於出九減出六。餘三。以三約實二百一十。得價七十。以三約法二十七。得九人。所謂副置所出率。以少減多。餘以約法實。實爲物價。法爲人數也。其第一問。所出率相減。餘一。則法實無庸約。故維乘幷之徑得物價。幷盈不足徑得人數。偶省一算耳。第三問。人出半盈四。人出少半。不足三。半即二分之一。少半即三分之一也。又即爲二人共出一。盈四。三人共出一。不足三。以二分通三之一。得二。以三分通二之一。得三。是齊其子也。二分三分相乘。得六。是同其母也。以盈四互乘二。得八。以不足三互乘三。得九。幷之。十七。爲實。是盈不足維乘所出率。幷以爲實也。盈四及不足三。幷而爲七。以分母相乘。所得六。通而齊之。得四十二。爲法。是幷盈不足爲法也。二三相減。餘一。以約法實。亦無庸約。故徑得物價人數。第四問。七家共出一百九十。不足三百三十。九家共出二百七十。盈三十。以九家互乘一百九十。得一千七百一十。以七家互乘二百

七十得一千八百九十猶之齊其子也七家九家相乘得六十三猶之同其母也以盈三十五乘一千七百一十得五萬一千三百以不足三百三十五乘一千八百九十得六十二萬三千七百并之六十七萬五千爲實是盈不足維乘所出率并以爲實也盈三十及不足三百三十并而爲三百六十以六十三通而齊之得二萬二千六百八十爲法是并盈不足爲法也於一千八百九十減一千七百一十餘一百八十以一百八十約實六十七萬五千得價三千七百五十以一百八十約法二萬二千六百八十得一百二十六家是副置所出率以少減多餘以約法實也三四兩問皆所謂有分者通之也由此觀之後人改竄之謬顯然後兩盈兩不足相與同共買物者後人亦改竄其文謬戾倣此

今下維乘上訖以同約之不可約故以乘同之所出率以少減多者餘謂之設差以爲少設則并盈朒是爲定實故以少設約定實則法爲人數適足之實故爲物價案二十字有舛誤當云故以少設盈朒當與少設相通不可偏約亦當分母乘設差爲約法實案此條首句之上原本有又云二字按上條故齊其子同其母之下亦後人連合注文因其更端竄入此二字以別之今改正約法則爲人數約實則爲物價

其一術曰并盈不足爲實以所出率以少減多餘爲法實如法得一以所出率乘之減盈增不足即物價此術意謂盈不足爲衆人之差以所出率以少減多餘爲一人之差以一人之差約衆人之差故得人數也案此條原本訛在第一問之下今改正

今有共買金人出四百盈三千四百人出三百盈一百問人數金價各幾何答曰三十三人金價九千八百

今有共買羊人出五不足四十五人出七不足三問人數羊價各幾何答曰二十一人羊價一百五十

術曰。兩盈兩不足。相與同共買物者。案此十二字。原本亦訛在後有分者通之句下。共訛作其。今改正。置所出率。盈不足各居其下。令維乘所出率。以少減多。餘爲實。兩盈兩不足。以少減多。餘爲法。案此下原本有實如法而一五字。亦後人妄加。今刪。有分者通之。副置所出率。案。原本脫副字。今補。以少減多。餘以約法實。實爲物價。法爲人數。

按此術兩盈兩不足者。兩設皆不足於正數。其所以變化。猶兩盈。案此有脫誤。當云兩盈者。兩設皆逾於正數。兩不足者。兩設皆不足於正數。其所以變化。則兩不足亦猶兩盈。而或有勢同而情違者。當其爲實。俱令不足。其相乘減。則遺其所不足焉。故其餘所以爲實者。無朒數以損焉。蓋出而有餘。兩盈兩設。皆逾於正數。案。以上訛舛不可通。假令與共買物。人出八。盈三。人出九。盈十。齊其假令。同其兩盈。兩盈俱三十。案。原本脫盈字。今補。舉齊則兼去其餘。所以爲實者。無盈數。兩盈以少減多。餘爲法。齊之八十者。是十假令而凡盈三十者。是齊十以十三之。案。此七字舛誤不可通。當云是三以十齊之。齊之二十七者。是三假令而凡盈三十者。是三以十之。案。此五字亦舛誤。當云是十以三齊之。今假令兩盈共十三。以三減十。餘七。爲一實。故令以三減十餘七爲法。所出率以少減多。餘謂之設差。因設差爲少設。則兩盈之差。是爲定實。故以設

法人數。約實卽得全數。案此十二字亦舛誤。當云故以少設約法。則爲人數。約實則得物價。

其一術曰。置所出率。以少減多。餘爲法。兩盈兩不足。以少減多。餘爲實。實如法而一。得人數。以所出率乘之。減盈。增不足。卽物價。

置所出率。以少減多。得一人之差。兩盈兩不足相減。餘爲衆人之差。案原本脫餘字。今補。故以一人之差除之。得人數。以所出率乘之。減盈。增不足。卽物價。

今有共買犬。人出五。不足九十。人出五十。適足。問人數犬價各幾何。答曰。二人。犬價一百。

術曰。以盈及不足之數爲實。置所出率。以少減多。餘爲法。實如法得一。其求物價者。以適足乘人數。得物價。

此術意謂以所出率以少減多者。餘是一人不足之差。不足數爲衆人之差。以一人差約之。故得人之數也。適足數爲實者。案此句訛舛。當云盈不足數爲實者。數單見。卽衆人差。故以爲實。所出率。以少減多。餘卽一人差。案原本脫餘字。今補。故以爲法。以除衆人差。得人數。以適足乘人數。卽得物價也。

今有米在十斗桶中。不知其數。滿中添粟而舂之。得米七斗。問故米幾何。答曰。二斗五升。

術曰以盈不足術求之假令故米二斗不足二升令之三斗有餘二升案此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得故米斗數

按桶受一斛若使故米二斗須添粟八斗以滿之八斗得糲米四斗八升課於七斗是爲不足二升若使故米三斗須添粟七斗以滿之七斗得糲米四斗二升課於七斗是爲有餘二升以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意案此下原本云爲齊同者假令據共買物人出八盈三人出七不足四齊其假令同其盈朒俱十二通計齊卽不盈不朒之正數故可以并之爲實并盈不足爲法齊之三十二者是四假令有盈十二齊之二十一者是三假令而凡朒十二并七假令合爲一實故亦并三四爲法凡一百字已見前此處係重出衍文與上下絕不相涉今刪去實如法卽得故米斗數乃不盈不朒之正數也

今有垣高九尺瓜生其上蔓日長七寸瓠生其下蔓日長一尺問幾何日相逢瓜瓠各長幾何答曰五日十七分日之五瓜長三尺七寸一十七分寸之一十七瓠長五尺二寸一十七分寸之一十六

術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸案此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得日數

按假令五日不足五寸者瓜生五日下垂蔓三尺五寸瓠生五日上延蔓五尺課於九尺之垣是爲不足五寸令之六日有餘一尺二寸者若使瓜生六日下垂蔓四尺二寸瓠生六日上延蔓六尺課於九尺之垣是爲有餘一尺二寸以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意案此下原本云假令據共買物者人出八盈三人出七不足四齊其假令

同其盈朒俱十二通計齊卽不盈不朒之正數故可幷以爲實幷盈不足爲法齊之三十二者是四假令有盈十二齊之二十一者是三假令而凡朒十二幷七假令合爲一實故亦幷三四爲法凡九十六字卽上條重出衍文復雜入於此與上下亦絕不相涉今删去

實如法而一卽設差不盈不朒之正數卽得日數以瓜瓠一日之長乘之故各得其長之數也

今有蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲日自半莞生日自倍問幾何日而長等答曰二日十三分日之六各長四尺八寸一十三分寸之六

術曰假令二日不足一尺五寸令之三日有餘一尺七寸半案此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數幷爲實幷盈不足爲法實如法而一得日數不盡者等數約之而命分以後一日所長乘日分子如日分母而一各增二長爲二物共長齊等之數

按假令二日不足一尺五寸者蒲生二日長四尺五寸莞生二日長三尺是爲未相及一尺五寸故曰不足令之三日有餘一尺七寸半者蒲增前七寸半莞增前四尺是爲過一尺七寸半故曰有餘以盈不足乘除之又以後一日所長各乘日分子如日分母而一者各得日分子之長也故各增二長卽得其數

今有醇酒一斗直錢五十行酒一斗直錢一十今將錢三十得酒二斗問醇行酒各得幾何答曰醇酒二升半行酒一斗七升半

術曰。假令醇酒五升。行酒一斗五升。有餘一十。令之醇酒二升。行酒一斗八升。不足二。案此下有脫文。當云各以盈不足維乘之。并爲實。并盈不足爲法。實如法而一。得二酒之數。

據醇酒五升。直錢二十五。行酒一斗五升。直錢一十五。課於三十。是爲有餘十。據醇酒二升。直錢一十。行酒一斗八升。直錢一十八。課於三十。是爲不足二。以盈不足術求之。此問已有重說。及其齊同之意也。

今有大器五。小器一。容三斛。大器一。小器五。容二斛。問大小器各容幾何。答曰。大器容二十四分斛之十三。小器容二十四分斛之七。

術曰。假令大器五斗。小器亦五斗。盈一十斗。令之大器五斗五升。小器二斗五升。不足二斗。

按。大器容五斗。大器五。容二斛五斗。以減二斛。餘五斗。卽小器一所容。故曰小器亦五斗。小器五。容二斛五斗。大器一。合爲三斛。課於兩斛。乃多十斗。令之大器五斗五升。大器五。合容二斛七斗五升。以減三斛。餘二斗五升。卽小器一所容。故曰小器二斗五升。大器一。容五斗五升。小器五。合容一斛二斗五升。合爲一斛八斗。課於二斛。少二斗。故曰不足二斗。以盈不足維乘除之。案此句有脫文。當云以盈不足維乘之。各并爲實。并盈不足爲法。除之。

今有漆三。得油四。油四。和漆五。今有漆三斗。欲令分以易油。還自和餘漆。問出漆得油和漆各幾何。答曰。

出漆一斗一升四分升之一。得油一斗五升。和漆一斗八升四分升之三。

術曰。假令出漆九升。不足六升。令之出漆一斗二升。有餘二升。

按。此術三斗之漆。出九升。得油一斗二升。可和漆一斗五升。餘有二斗一升。則六升無油可和。故曰不足六升。令之出漆一斗二升。則易得油一斗六升。可和漆二斗。於三斗之中。已出一斗二升。餘有一斗八升。見在油合和得漆二斗。則是有餘二升。以盈不足維乘之。爲實。幷盈不足爲法。實如法而一。得出漆升數。案此下有脫文。當云求油及和漆者。四五各爲所求率。四五各爲所有率。而今有之。即得也。

今有玉方一寸。重七兩。石方一寸。重六兩。今有石立方三寸。中有玉。幷重十一斤。問玉石重各幾何。答曰。玉一十四寸。重六斤二兩。石一十三寸。重四斤一十四兩。

術曰。假令皆玉。多十三兩。令之皆石。不足一十四兩。不足爲玉。多爲石。各以一寸之重乘之。得玉石之積重。

立方三寸。是一面之方。計積二十七寸。玉方一寸。重七兩。石方一寸。重六兩。是爲玉石重差一兩。假令皆玉。合有一百八十九兩。課於一十一斤。有餘一十三兩。案此下原本衍故謂二字。今刪。玉重而石輕。故有此多。即二十七寸之中。有十三寸。寸損一兩。則以爲石重。故言多爲石。言多之數。出於石以爲玉。假令皆石。合有一百六十二兩。課於十一斤。少十四兩。故曰不足。此不足即以重爲輕。故令減少數於石重。即二十七寸

之中有十四寸寸增一兩也。案此句有脫文當云寸增一兩則以爲玉重也。今有善田一畝價三百惡田七畝價五百今幷買一頃價錢一萬問善惡田各幾何答曰善田一十二畝半惡田八十七畝半

術曰假令善田二十畝惡田八十畝多一千七百一十四錢七分錢之二令之善田一十畝惡田九十畝不足五百七十一錢七分錢之三

按善田二十畝直錢六千惡田八十畝直錢五千七百一十四七分錢之二課於一萬是多一千七百一十四七分錢之二令之善田十畝直錢三千惡田九十畝直錢六千四百二十八七分錢之四課於一萬是爲不足五百七十一七分錢之三以盈不足術求之也

今有黃金九枚白銀一十一枚稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何答曰金重二斤三兩一十八銖銀重一斤一十三兩六銖

術曰假令黃金三斤白銀二斤一十一分斤之五不足四十九、於右行令之黃金二斤白銀一斤一十一分斤之七多一十五、於左行以分母各乘其行內之數以盈不足維乘所出率幷以爲實幷盈不足爲法實如法得黃金重分母乘法以除得銀重約之、得分也

按此術假令黃金九白銀一十一俱重二十七斤金九約之得三斤銀一十一約之得二斤一十一分

斤之五。各爲金銀一枚重數。就金重二十七斤之中。減一金之重以益銀。銀重二十七斤之中。減一銀之重以益金。則金重二十六斤一十一分斤之五。銀重二十七斤一十一分斤之六。以少減多。則金輕一十七兩一十一分兩之五。課於一十三兩多四兩一十一分兩之五。通分內子言之。是爲不足四十九。又令之黃金九一枚重二斤。九枚重一十八斤。白銀一十一。亦合重一十八斤也。乃以一十一除之。得一枚、一斤一十一分斤之七。爲銀一枚之重數。今就金重一十八斤之中。減一枚金以益銀。復減一枚銀以益金。則金重一十七斤一十一分斤之七。銀重一十八斤一十一分斤之四。以少減多。即金輕一十一分斤之八。課於一十三兩少一兩一十一分兩之四。通分內子言之。是爲多一十五。以盈不足爲之。如法得金重。案此二句有脫誤。當云以盈不足術求之。實如法得金重。以除者爲銀兩分母。故同之。案此二句亦脫誤。當云分母乘法以除者。謂銀兩分母同。須通法、而後乃除。得銀重。餘皆約之者。術省故也。

今有良馬與駑馬。發長安至齊。齊去長安三千里。良馬初日行一百九十三里。日增一十三里。駑馬初日行九十七里。日減半里。良馬先至齊。復還迎駑馬。問幾何日相逢。及各行幾何。答曰。一十五日一百九十一分日之一百三十五而相逢。良馬行四千五百三十四里一百九十一分里之四十六。駑馬行一千四百六十五里一百九十一分里之一百四十五。

術曰。假令十五日。不足三百三十七里半。令之十六日。多一百四十里。以盈不足維乘假令之數。并而爲

實并盈不足爲法。實如法而一。得日數。不盡者。以等數除之而命分。案以盈不足維乘至此。原本訛入注內。今據前術體例改正。又此下仍有脫文。當云求二馬各行里數。以十五日初未之行。并而半之。十五乘之。又以後一日之定行乘日分子。日分母爲法。得一。各加於前。破半里爲半法。以入殘分。

求良馬行者。十四乘益疾里數而半之。加良馬初日之行里數。案此下有脫文。當云以乘十五日。得十五日之凡行。又以十五日乘益疾里數。加良馬初日之行。以乘日分子。如日分母而一。所得。前良馬凡行里數。即得其不盡而命分。案此二句有舛誤。當云所得及其不盡而命分。加於前良馬凡行里數。即得。

求駑馬行者。以十四乘半里。又半之。以減駑馬初日之行里數。以乘十五日之凡行。案又半之至此有訛脫。當云以減駑馬初日之行里數。餘以并初日之行。又半之。乘十五日。得駑馬十五日之凡行。又以十五日乘半里。以減駑馬初日之行。餘以乘日分子。如日分母而一。所得。加前里。即駑馬定行里數。其奇半里者。爲半法。以半法增殘分。即得其不盡者而命分。按。令十五日不足三百三十七里半者。據良馬十五日凡行四千二百六十里。除先去齊三千里。定還迎駑馬一千二百六十里。駑馬十五日凡行一千四百二里半。并良馬二馬所行。得二千六百六十二里半。課於三千里。少三百三十七里半。故曰不足。令之十六日。多一百四十里者。據良馬十六日凡行四千六百四十八里。先除去齊三千里。定還迎駑馬一千六百四十八里。駑馬十六日凡行一千四百九十二里。并良駑二馬所行。得三千一百四十里。課於三千里。餘有一百四十里。故謂之多也。以盈不足之。案此

五字脫誤不可通。當云以盈不足維乘假令之數。并而爲實。并盈不足爲法。實如法而一。得日數者。卽設差不盈不朒之正數。以二馬初日所行里。乘十五日。爲一十五日平行數。求初末益疾減遲之數者。并一與十四。以十四乘而半之。爲中平之積。案此下原本有減益疾之數五字。係衍文。今刪。又令益疾減遲里數乘之。各爲減益之中平里。故各減益平行數。得一十五日定行里。若求後一日。以十六日之定行里數。乘日分子。如日分母而一。各得日分子之定行里數。故各并十五日定行里。卽得其駑馬奇半里者。法爲全里之分。故破半里爲半法。以增殘分。卽合所問也。

今有人持錢之蜀賈。利十三。初返、歸一萬四千。次返、歸一萬三千。次返、歸一萬二千。次返、歸一萬一千。後返、歸一萬。凡五返歸錢。本利俱盡。問本持錢及利各幾何。答曰。本三萬四百六十八錢三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六。利二萬九千五百三十一錢三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七。

術曰。假令本錢三萬。不足一千七百三十八錢半。令之四萬。多三萬五千三百九十錢八分。

按。假令本錢三萬。并利爲三萬九千。除初返歸。留餘加利。爲三萬二千五百。除二返歸。留餘又加利。爲二萬五千三百五十。除第三返歸。留餘又加利。爲一萬七千三百五十五。除第四返歸。留餘又加利。爲八千二百六十一錢半。除第五返歸。留合一萬錢。不足一千七百三十八錢半。若使本錢四萬。并利爲五萬二千。除初返歸。留餘加利。爲四萬九千四百。除第二返歸。留餘又加利。爲四萬七千三百二十。除

第三返歸留餘又加利爲四萬五千九百一十六除第四返歸留餘又加利爲四萬五千三百九十錢八分除第五返歸留合一萬餘三萬五千三百九十錢八分故曰多

又術置後返歸一萬以十乘之十三而一即後所持之本加一萬一千又以十乘之十三而一即第四返之本加一萬二千又以十乘之十三而一即第三返之本加一萬三千又十乘之十三而一即第二返之本加一萬四千又以十乘之十三而一即初持之本并五返之錢以減之即利也

今有垣厚五尺兩鼠對穿大鼠日一尺小鼠亦日一尺大鼠日自倍小鼠日自半問幾何日相逢各穿幾何答曰二日一十七分日之二大鼠穿三尺四寸十七分寸之一十二小鼠穿一尺五寸十七分寸之五

術曰假令二日不足五寸令之三日有餘三尺七寸半

大鼠日倍二日合穿三尺小鼠日自半合穿一尺五寸并大鼠所穿合四尺五寸課於垣厚五尺是爲不足五寸令之三日大鼠穿得七尺小鼠穿得一尺七寸半并之以減垣厚五尺有餘三尺七寸半以盈不足術求之即得以後一日所穿案原本訛作乘今改正日分子如日分母而一即各得日分子之中所穿故各增二日定穿即合所問也

九章算術卷八

方程以御錯糅正負

今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問上中下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉九斗四分斗之一中禾一秉四斗四分斗之一下禾一秉二斗四分斗之三案三原本訛作一今改正

程課程也羣物總雜各列有數總言其實令每行爲率二物者再程三物者三程皆如物數程之并列爲行故謂之方程行之左右無所同存且爲有所據而言耳此都術也以空言難曉故特繫之禾以決之又列中行如右行也

術曰置上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗於右方中左禾列如右方以左行上禾偏乘中行而以直除案古字直值通用直除猶言對減也以右行上禾偏乘中行復以中行上禾偏乘右行然後可相對減古人文省故但舉一以該之

爲術之意令少行減多行反覆相減則頭位必先盡上無一位則此行亦闕一物矣然而舉率以相減不害餘數之課也若消去頭位則下去一物之實如是疊令左右行相減審其正負則可得而知先令右行上禾乘中行爲齊同之意爲齊同者謂中行直減右行也案此句舛誤當云謂中行上禾亦乘右行也從簡易雖不言齊同

以齊同之意觀之其義然矣

又乘其次亦以直除（案此謂右行上禾徧乘左行復以左行上禾徧乘右行亦相對減古人文多省略）

復去左行首

然以中行中禾不盡者（案古人單用然字不曰然後者然猶乃也非脫後字）徧乘左行（案此以中行左行所減之餘如前徧乘文亦從省）而以直除

亦令兩行相乘去行之中禾也

左方下禾不盡者（案下原本訛作上今改正）上爲法下爲實實卽下禾之實

上中禾皆去故餘數是下禾實非但一秉欲約衆秉之實當以禾秉數爲法列此下禾之秉實（案下禾上原本衍以字今刪）乘兩行以直除則下禾之位自決矣各以其餘一位之秉除其下實卽斗數矣（案斗原本訛作計今改正）用算繁而不省所以別爲法約也然猶不如自用其舊廣異法也（案用算繁而不省以下亦訛舛衍文）

求中禾以法乘中行下實而除下禾之實

此謂中下兩禾實（案原本脫下字今補）下禾一秉實數先見將中秉求中禾其列實以減下實而左方下禾雖去

一乘以法爲母於率不通。案此三句自脫誤。當云而左方下禾不惟一乘下禾實既以法爲母則中行下實不以法爲母於率不通。故先以法乘其實而同之。案實原本訛作通。今改正。俱令法爲母而除下禾實。以下禾先見之實。令乘下禾秉數。即得下禾一位之列實。減於下實。案原本脫減字。今補。則其數是中禾之實也。

餘如中禾秉數而一。即中禾之實。

餘中禾一位之實也。故以一位秉數約之。乃得一秉之實也。

求上禾。亦以法乘右行下實。而除下禾中禾之實。

此右行三禾共實。合三位之實。案合原本訛作令。今改正。故以二位乘數約之。案二原本訛作一。今改正。乃得上禾一秉之實。案原本脫上禾二字。今補。此右行三禾共實。合中下禾之實。其數竝見。右行之禾秉以減之。案此句有脫誤。當云以中下禾先見之實。令乘右行中下禾乘數以減之。故亦如前。各求列實。以減下實也。

餘如上禾秉數而一。即上禾之實。實皆如法各得一。案此下原本衍斗字。係後人妄加。今刪正。

三實同用。不滿法者。以法命之。母實皆當除之。案此六字亦訛舛衍文。

今有上禾七秉損實一斗益之下禾二秉而實一十斗下禾八秉益實一斗與上禾二秉而實一十斗問上下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉實一斗五十二分斗之一十八下禾一秉實五十二分斗之四十一

術曰如方程損之曰益益之曰損

問者之辭雖　案此字下有脫文當云雖以損益爲說今按實云上禾七秉下禾二秉實一十一斗上禾二秉下禾八秉實九斗也損之曰益言損一斗餘當一十斗今欲全其實當加所損也益之曰損言益實以一斗乃滿一十斗今欲知本實當減所加卽得也

損實一斗者其實過一十斗也益實一斗者其實不滿一十斗也

重論損益數者各以損益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿斗上取中中取下下取上各一秉而實滿斗問上中下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉實二十五分斗之九中禾一秉實二十五分斗之七下禾一秉實二十五分斗之四

術曰如方程各置所取

置上禾二秉爲右行之上中禾三秉爲中行之中下禾四秉爲左行之下所取一秉及實一斗各從其

位諸行相借取之物皆依此例

以正負術入之正負術曰

今兩算得失相反要令正負以名之正算赤負算黑否則以邪正爲異方程自有赤黑相取左右數相推求之術而其幷減之勢不得交通故使赤黑相消奪之於算或減或益同行異位殊爲二品各有幷減之差見於下焉著此二條特繫之禾以成此二條之意故赤黑相雜足以定上下之程減益雖殊足以通左右之數差實雖分足以應同異之率然則其正無入以負之案此句有脫誤當云然則其正無入負之負無入正之其率不妄也

同名相除

此爲以赤除赤以黑除黑行求相減者爲法頭位也然則頭位同名者當用此條頭位異名者當用下條

異名相益

以行減行當各以其類矣其異名者非其類也非其類者猶無對也非所得減也故黑用黑對則除黑無對則除赤赤黑幷於本數此爲相益之皆所以爲消奪消奪之與減益成一實也案此注多訛舛據方程術無論物有幾品遞減

至一物乃止。又以赤黑別正負。首位赤減赤。黑減黑者。同名相除也。次位以下。遇赤用黑對。則相益。此條是也。首位赤減黑。黑減赤者。異名相除也。次位以下。遇皆赤皆黑。則相益。後條是也。由此言之。注之謬顯然。蓋傳寫失眞。後人復妄加改竄。遂不可通。術

本取要。必除行首。至於他位。不嫌多少。故或令相減。或令相幷。理無同異。一也。案上原本衍而字。今刪正。

正無入、負之。案入原本訛作人。下文及注並同。據注云無入爲無對也。無對之說。亦未分曉。釋方程者。專爲遇空位起例。而左右兩行相對減。或正宜變爲負。或負宜變爲正。往往不得其義例。今考同名相除。異名相益者。如下實左右俱正。所減之餘。屬左行。則去右行。屬右行。則去左行。其物品以正減正。負在所去之行。爲正無入。以負減負。餘在所去之行。爲負無入。以正從負。爲正無入。以負從正。爲負無入。負對空位。而負數在所去之行。與以負減負同例。正對空位。而正數在所去之行。與以正從負同例。此皆所謂正無入負之。負無入正之也。異名相除同名相益者。如下實左右俱正。幷爲一數。則無分於左右。其物品以負減正。餘或左或右。爲正無入。以正減負。餘或左或右。爲負無入。以正從正。爲正無入。以負從負。爲負無入。正對空位。與以負減正同例。負對空位。與以負從負同例。此皆所謂正無入正之。負無入負之也。由是言之。在所去之行。則其數無入。而或左或右。以與無分於左右。合爲一行。因亦謂之無入。人字乃傳寫之誤、明矣。今悉改正。負無入、正之。

無入、爲無對也。無所得減、則使消奪者居位也。其當以列實或減下實。案此句訛舛。據後注內方程新術。以列衰乘下實。又以列衰乘翠物之數。幷爲法。其當相幷而行中正負雜者。同名相從。異名相消。似卽此所舉。而行中正負雜者。亦用此條。此條者。同名減實。異名益實。正無入負之。負無入正之也。

其異名相除。同名相益。正無入正之。負無入負之。

此條異名相除爲例。故亦與上條互取。凡正負所以記其同異。使二品互相取而已矣。言負者未必負

於少言正者未必正於多故每一行之中雖復赤黑異算無傷然則可得使頭位常相與異名此條之實兼通矣遂以二條反覆一率觀其每與上下互相取位則隨算而言耳猶一術也又本設諸行欲因成數以相去耳案成字誤當作減故其多少無限令上下相命而已若以正負相減如數有舊增法者每行可均之不但數物左右之也

今有上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問上下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉五升下禾一秉二升

術曰如方程置上禾五禾正下禾七秉負損實一斗一升正言上禾五秉之實多減其一斗一升餘是與下禾七秉相當數也故互其算令相折除以一斗一升爲差爲差者上禾之餘實也

次置上禾七秉正下禾五秉負損實二斗五升正以正負術入之

按正負之術本設列行物程之數不限多少必令與實上下相次而以每行各自爲率案此下原本衍多少二字乃上文不限多少句重出今刪正然而或減或益同行異位殊爲二品案此下原本衍各自二字乃上文各自爲率句重出今刪正并減之差見於下也

今有上禾六秉損實一斗八升當下禾一十秉下禾一十五秉損實五升當上禾五秉問上下禾實一秉

各幾何。答曰。上禾一秉實八升。下禾一秉實三升。

術曰。如方程。置上禾六秉正。下禾一十秉負。損實一斗八升正。次置上禾五秉負。案原文脫置字。今據前後文補入。下禾一十五秉正。損實五升正。以正負術入之。

言上禾六秉之實多。減損其一斗八升。餘是與下禾十秉相當之數。故亦互其算。而以一斗八升爲差實。差實者。下禾之餘實。

今有上禾三秉。益實六斗。當下禾一十秉。下禾五秉。益實一斗。當上禾二秉。問上下禾實一秉各幾何。答曰。上禾秉實八斗。下禾一秉實三斗。

術曰。如方程。置上禾三秉正。下禾一十秉負。益實六斗負。次置上禾二秉負。下禾五秉正。益實一斗負。以正負術入之。

言上禾三秉之實少。益其六斗。然後與下禾十秉相當也。故亦互其算。而以六斗爲差實。差實者。下禾之餘實。

今有牛五。羊二。直金十兩。牛二。羊五。直金八兩。問牛羊各直金幾何。答曰。牛一、直金一兩二十一分兩之一十三。羊一、直金二十一分兩之二十。

術曰。如方程。

假令爲同齊頭位爲牛當相乘右行定。案此句舛誤應作左右行相乘定。更置牛十羊四直金二十兩左行牛十羊二十五直金四十兩牛數等同金多二十兩者羊差二十一使之然也以少行減多行則牛數盡爲羊與直金之數見可得而知也以小推大雖四五行不異也

今有賣牛二羊五以買一十三豕有餘錢一千賣牛三豕三以買九羊錢適足賣六羊八豕以買五牛錢不足六百問牛羊豕價各幾何答曰牛價一千二百羊價五百豕價三百

術曰如方程置牛二羊五正豕一十三負餘錢數正次牛三正羊九負豕三正次五牛負六羊正八豕正不足錢負以正負求術入之

此中行買賣相折錢適足故但互買賣算而已故下無錢直也設欲以此行如方程法先令二牛偏乘中行而以右行直除之是故終於下實虛缺矣故注曰正無實負負無實正方爲類也方將以別實加適足之數與實物作實。案此注訛脫不分曉據術意應列三行先令右行牛二偏乘中行復令中行牛三偏乘右行而以直除得羊三十三正豕四十五負餘錢三千正以同名相除異名相益正無入負之負無入正之也次令右行牛二偏乘左行復令左行牛五偏乘右行而以直除得羊三十七正豕四十九負餘錢三千八百正此異名相除同名相益正無入正之負無入負之也重列爲左右兩行先令右行羊三十三偏乘左行復令左行羊三十七偏乘右行而以直除得豕四十八正以爲法錢一萬四千四百正爲實實如法而一得豕價三百轉減而上得羊價五百牛價一千二百此亦同名相除異名相益正無入負之負無入正之也中行下實虛缺本無庸論蓋注文傳寫失眞後人又妄加改竄遂不可通盈不足章黃金白銀與此相當假令黃金九白銀一十一稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何

與此同。

今有五雀六燕集稱之。衡雀俱重燕俱輕。一雀一燕交而處。衡適平。并雀燕重一斤。問雀燕一枚各重幾何。答曰。雀重一兩一十九分兩之一十三。燕重一兩一十九分兩之五。

術曰。如方程。交易質之。各重八兩。此四雀一燕與一雀五燕衡適平。并重一斤。故各八兩。列兩行程數。左行頭位。其數有一者。令右行偏除。亦可令於左行。案此十六字訛舛不可通。當云其數是一。可省乘。令右行偏乘左行。而取其法實於左。左行數多。以右行取其數。左頭位減盡。中下行算當燕與實右行不動。左上空。案此十五字係訛舛衍文。中法下實。即每枚當重。宜可知也。按此四雀一燕與一雀五燕。其餘等。是三雀四燕重相當。案四原本訛作一。今改正。雀率重四。燕率重三也。諸再程之率。皆可異術求之。即其數也。案此即末條所言新術以下實俱重八兩。偏乘上雀燕。以左雀八減右雀三十二。餘二十四。以右燕八減左燕四十。餘三十二。是爲二物正負相借。因而約之。雀得三。燕得四。乃三雀當四燕也。對易其數。即雀率重四。而燕率重三。注於此。突入異術。幾不解其所謂。姑附論之。

今有甲乙二人。持錢不知其數。甲得乙半而錢五十。乙得甲大半而亦錢五十。問甲乙持錢各幾何。答曰。甲持三十七錢半。乙持二十五錢。

術曰。如方程損益之。

此問者言一甲半乙而五十。太半甲一乙。亦五十也。各以分母乘其全。內子行。定二甲一乙而錢一百二甲三乙而錢一百五十。於是乃如方程。諸物有分者放此。

今有二馬一牛。價過一萬。如半馬之價。一馬二牛。價不滿一萬。如半牛之價。問牛馬價各幾何。答曰。馬價五千四百五十四錢一十一分錢之六。牛價一千八百一十八錢一十一分錢之二。

術曰。如方程損益之。

此一馬半與一牛價。直一萬也。二牛半與一馬。亦直一萬也。一馬半與一牛。通分內子。右行爲三馬二牛直錢二萬二牛半與一馬。直錢一萬。通分內子。左行爲二馬五牛直錢二萬也。

今有武馬一匹。中馬二匹。下馬三匹。皆載四十石。至阪皆不能上。武馬借中馬一匹。中馬借下馬一匹。下馬借武馬一匹。乃皆上。問武中下馬一匹各力引幾何。答曰。武馬一匹力引二十二石七分石之六。中馬一匹力引一十七石七分石之一。下馬一匹力引五石七分石之五。

術曰。如方程。各置所借。以正負術入之。

今有五家共井。甲二綆不足如乙一綆。乙三綆不足如丙一綆。案此句如字及下三如字。原本竝訛作以。惟上如字不誤。今據上文改正。丙四綆不足如丁一綆。丁五綆不足如戊一綆。戊六綆不足如甲一綆。案此下原本衍一如字。今刪。各得所不足一綆。皆逮。問井深綆

長各幾何。答曰。井深七丈二尺一寸。甲緪長二丈六尺五寸。乙緪長一丈九尺一寸。丙緪長一丈四尺八寸。丁緪長一丈二尺九寸。戊緪長七尺六寸。案此問不言丈尺。無由知井深緪長於丈尺幾何。使井深半之爲三丈六尺有半寸。則甲緪一丈三尺二寸半。乙緪九尺五寸半。丙緪七尺四寸。丁緪六尺四寸半。戊緪三尺八寸。使井深倍之爲十四丈四尺二寸。則甲緪五丈三尺。乙緪三丈八尺二寸。丙緪二丈九尺六寸。丁緪二丈五尺八寸。戊緪一丈五尺二寸。皆合所問。由是言之。問既不定。以丈尺依術推求。先得七百二十一。無以定百爲丈十爲尺也。問井深緪長之率各幾何。答以井深之率七百二十一。甲緪長率二百六十五。乙緪長率一百九十一。丙緪長率一百四十八。丁緪長率一百二十九。戊緪長率七十六。於義乃通。

術曰。如方程。以正負術入之。

此率初如方程爲之名各一隸井。其後法得七百二十一實七十六。案此上訛舛不可通。據術先得七百二十一。爲所列五行之通率。卽井深率也。以此率列各行下。爲各行之下實。重求之。法得七百二十一實得五萬四千七百九十六。以法除實。得用隸之數七十六。是爲七百二十一緪。而七十六隸井。用隸之數以法除實者。案此九字乃訛舛衍文。而戊一緪隸之數。定隸七百二十一分之七十六。是故七百二十一爲井深。七十六爲戊緪之長。舉率以言之。

今有白禾二步。青禾三步。黃禾四步。黑禾五步。實各不滿斗。白取青黃。青取黃黑。黃取黑白。黑取白青。各一步而實滿斗。問白青黃黑禾實一步各幾何。答曰。白禾一步實一百一十一分斗之三十三。青禾一步實一百一十一分斗之二十八。黃禾一步實一百一十一分斗之一十七。黑禾一步實一百一十一分斗

之一十。

術曰。如方程。各置所取。以正負術入之。

今有甲禾二秉。乙禾三秉。丙禾四秉。重皆過於石。甲二重如乙一。乙三重如丙一。丙四重如甲一。問甲乙丙禾一秉各重幾何。答曰。甲禾一秉重二十三分石之一十七。乙禾一秉重二十三分石之一十一。丙禾一秉重二十三分石之一十。

術曰。如方程。置重過於石之物爲負。

此問者言甲禾二秉之重過於一石也。其過者何云。案何云當作幾何。如乙一秉重矣。互其算。令相折除。案原本訛作互言其算令相折除而一衍言字及而一二字。今刪正。以石爲之差實。差實者。如甲禾餘實。故置算相與同也。

以正負術入之。

此入頭位異名相除者。正無入正之。負無入負之也。

今有令一人吏五人。從者一十人。食雞一十令一十人吏一人。從者五人。食雞八。令五人吏一十人。從者一人。食雞六。問令吏從者食雞各幾何。答曰。令一人食一百二十二分雞之四十五。吏一人食一百二十二分雞之四十一。從者一人食一百二十二分雞之九十七。

術曰。如方程。以正負術入之。

今有五羊四犬三雞二兔直錢一千四百九十六。四羊二犬六雞三兔直錢一千一百七十五。三羊一犬七雞五兔直錢九百五十八。二羊三犬五雞一兔直錢八百六十一。問羊犬雞兔價各幾何。答曰。羊價一百七十七。犬價一百二十一。雞價二十三。兔價二十九。

術曰。如方程以正負術入之。

今有麻九斗麥七斗菽三斗荅二斗黍五斗直錢一百四十。麻七斗麥六斗菽四斗荅五斗黍三斗直錢一百二十八。麻三斗麥五斗菽七斗荅六斗黍四斗直錢一百一十六。麻二斗麥五斗菽三斗荅九斗黍四斗直錢一百一十二。麻一斗麥三斗菽一斗荅八斗黍五斗直錢九十五。問一斗直幾何。答曰。麻一斗七錢。麥一斗四錢。菽一斗三錢。荅一斗五錢。黍一斗六錢。

術曰。如方程以正負術入之。

此麻麥與均輸少廣章之重衰積分皆爲大事。其拙於精理。徒按本術者。或用算而布氈。方好煩而喜誤。曾不知其非。反欲以多爲貴。故其算也。莫不同於設通。而專於一端。至於此類。苟務其成。然或失之。不可謂要約。更有異術者。庖丁解牛。游刃理間。故能歷久其刃如新。夫數、猶刃也。易簡用之。則動中庖丁之理。故能和神愛刃。速而寡尤。凡九章爲大事。按法皆不盡一百算也。雖布算不多。然足以算多。世人多以方程爲難。或盡布算之象。在綴正負而已。未暇以論其設動無方。斯膠柱調瑟之類。聊復恢演。

爲作新術。著之於此。將亦啓導疑意。網羅道精。豈傳之空言。記其施用之例。著策之數。每舉一隅焉。案。以上字句多訛誤。又皆屬虛辭。非有實義可考。無從訂正。姑仍之。

方程新術曰。以正負術入之。令左右相減。先去下實。又轉去物位。則其求一行二物正負相借者。案。此句則其求三字舛誤。當云求其一行二物正負相借者。據所立新術推算至一行二物。若非遇一正一負。彼此相借者。則不得其率。須另推算。往往輒窮。易其相當之率。又令二物與他行互相去取。轉其二物相借之數。即皆相當之率也。各據二物相當之率。對易其數。即各當之率也。更置成行及其下實。案。成行不可通。後稱減行。指所減之餘也。疑成乃減之訛。各以其物本率今有之。求其所同。幷以爲法。其當相幷而行中正負雜者。同名相從。異名相消。餘以爲法。以下實爲實。案。下實原本訛作下置。今據上下文謂價直爲下實改正。實如法。即合所問也。一物各以本率今有之。即皆合所問也。率不通者。齊之。

其一術曰。置羣物通率爲列衰。更置成行羣物之數。案。成行亦減行之訛。各以其率乘之。案。率原本訛作數。今改正。幷以爲法。其當相幷而行中正負雜者。同名相從。異名相消。餘爲法。以成行下實。案。成行亦減行之訛。乘列衰。各自爲實。實如法而一。即得。以舊術爲之。凡應置五行。今欲要約。先置第三行。以減第四行及減第三行。次置第二行。

以第二行減第三行。去其頭位。次置右行。去其頭位。次以第四行減左行頭位。次以左行去第四行頭位。次以第二行去第五行頭位。餘約之爲法。實如法而一。得二。卽有黍價。以法減第二行。得荅價。左行得麥價。第三行麻價。右行得菽價。如此凡用七十七算。

案。以上所言舊術。訛舛不可通。據方程術。凡五物及總價。求其各物之價者。應列五行。行五位及價直。以上一位互乘。因偏乘次位以下及價直。兩兩相對減。去其頭位。所減之餘。重列之。減至一物一價乃止。物爲法。價爲實。如法而一。得一物之價。轉減而上。以知各價。先化五爲四。次化四爲三。次化三爲二。次化二爲一。凡用十算。兼乘減除言之。則一百四十五算。凡上一位互乘其數必同。可省乘。若遇上一位數同。則省偏乘。或上一位遇一。則省其與對行偏乘。考問意。左行上一位是一。先以左行減右行。次減第二行。次減第三行。次減第四行。所減之餘。重列爲四行。其左行上一位又是一。以左行減右行。次減第二行。次減第三行。所減之餘。重列爲三行。其上一位數皆同。卽以本數減之。餘列爲兩行。依術得荅價。轉而上求。得菽價及麥價麻價。凡用九十九算。以新術爲此。先以第四行減第三行。次以第三行去右行及第二行第四行下位。又以減右行下位。不足減。乃止。次以左行減第三行下位。次以第三行去左行下位訖。廢去第三行。次以第四行去左行下位。右行當左行下位。次以右行去第二行及第四行下位。次以第二行減第四行及左行頭位。次以第四行減右行菽位。不足減。乃止。次以左行減第二行頭位。餘可再半。次以第四行去右行及第二行頭位。次以第二行去右行頭位。餘約之。上得五。下得三。是菽五當荅三。次以左行去第三行菽位。又以減第四行及右行菽位。不足減。乃止。次以右行減第二行頭位。不足減。乃止。次以第三行去左行頭位。次以左行去右行頭位。餘、上得六。下得五。是爲荅六當黍五。次以右行去左行荅位。餘約之。上爲二。下爲三。次以左

行去第二行下位。以第二行去第四行下位。又以減左行下位。次以右行去第二行下位。餘、上得三下得四。是爲麥三當菽四。次以第二行減第四行下位。餘、上得四下得七。是爲麻四當麥七。是爲相當之率舉矣。案以上所言新術。亦訛舛不可通。據其術求之。先以左行減第三行。去其次位。次并右行左行。亦并第三行第四行以減之。去其次。並次倍左行。以第二行減之。去其次位。所減之餘。重列之爲三行。次以第四行減第二行。去次位及下位。次以重列之中行減右行。去其下位。次以重列之左行減右行。去其下位。所減之餘。又重列之爲三行。次以此右行減中行。去其頭位。次以此右行減左行。去其頭位。所減之餘。兩行兩物。減去下實。餘約之。上得五下得三。是菽五當荅三。前云令左右相減。先去下實。又轉去物位。求其一行二物正負相借者。易其相當之率。謂菽五當荅三。即菽價率三荅價率五也。或先減下實。乃減物位。或先減物位。乃減下實。各從省便。本無一定之先後。其先求菽與荅相當之率。次求荅與黍相當之率。次求麻與麥相當之率。亦無一定之先後。然非遇正負相借者。則二物相當之率不可得。往往窮而復推。輾轉滋繁。遠不若舊術之究竟易簡也。據麻四當麥七。即麻價率。案此四字有脫誤。當云即爲麻價率七而麥價率四。又麥三當菽四。即爲麥價率四而菽價率三。案此下原本有而荅價率五凡五字。今刪正。又荅六當黍五。即爲荅價率五而黍價率六。案此下原本有荅價率五又荅六當黍五即荅價率五也凡十六字。乃重出衍文。今刪正。而率通矣。更置第三行。以第四行減之。餘有麻一斗菽四斗正。荅三斗負。黍四斗正。案第三行黍四。以第四行黍四減之。適盡。惟下實一百一十六。以第四行一百一十二減之。餘四。當云下實四正。此作黍四斗正。乃後人所妄改。求其同爲麻之數。以菽率三黍率四。案黍率四三字。亦後人所妄改。又有脫文。當云以菽率三荅率五。各乘菽荅斗數。如麻率七而一。得一斗七分斗之

一負。案此句亦脫誤。當云菽得一斗七分斗之五正。荅得二斗七分斗之一負。則菽荅化爲麻以幷之。令同名相從。異名相消。餘得定麻七分斗之四。以爲法。置四爲實。案此句有脫文。當云置下實四爲實。以分母乘之。案以原本訛作而今改正。實得二十八。而分子化爲法矣。案實字法字之上原本竝衍荅字。今刪正。以法除得七。卽麻一斗之價。案麻字原本訛作麥今改正。置麥率四。菽率三。荅率五。黍率六。皆以麻乘之。案此句誤當云皆以其斗數乘之。各自爲實。以麻率七爲法。案麻字原本訛作實今改正。所得卽各爲實。案此句誤當云得卽同爲麻之數。亦可使置本行實與物同通之。各以本率今有之。求其本率所得幷以爲法。如此。卽無正負之異矣。擇異同而已。又可以一術爲之。置五行通率。爲麻七。麥四。菽三。荅五。黍六。以爲列衰。減行麻一斗。菽四斗。正異同斗負。各以其率乘之訖。令同名相從。異名相消。餘爲法。案法原本訛作減今改正。或置餘乘列衰。爲實。所得各爲實。案此二句幷誤。當云又置下實乘列衰。所得各爲實。此可以實約法。案實字原本訛作置。今改正。此所謂法。乃各物之率總數。實。乃各物之價總數。價於率。或適相等。或幾倍也。則不復乘列衰。各以列衰爲實。案此句亦脫誤。當云各以列衰如所約知其價。如此。則凡用一百二十四算也。

九章算術卷九

句股以御高深廣遠

今有句三尺。股四尺。問爲弦幾何。答曰。五尺。

今有弦五尺。句三尺。問爲股幾何。答曰。四尺。

今有股四尺。弦五尺。問爲句幾何。答曰。三尺。

句股

短面曰句。長面曰股。相與結角曰弦。句短其股。股短其弦。將以施於諸率。故先具此術。以見其源也。

術曰。句股各自乘。幷而開方除之。即弦。

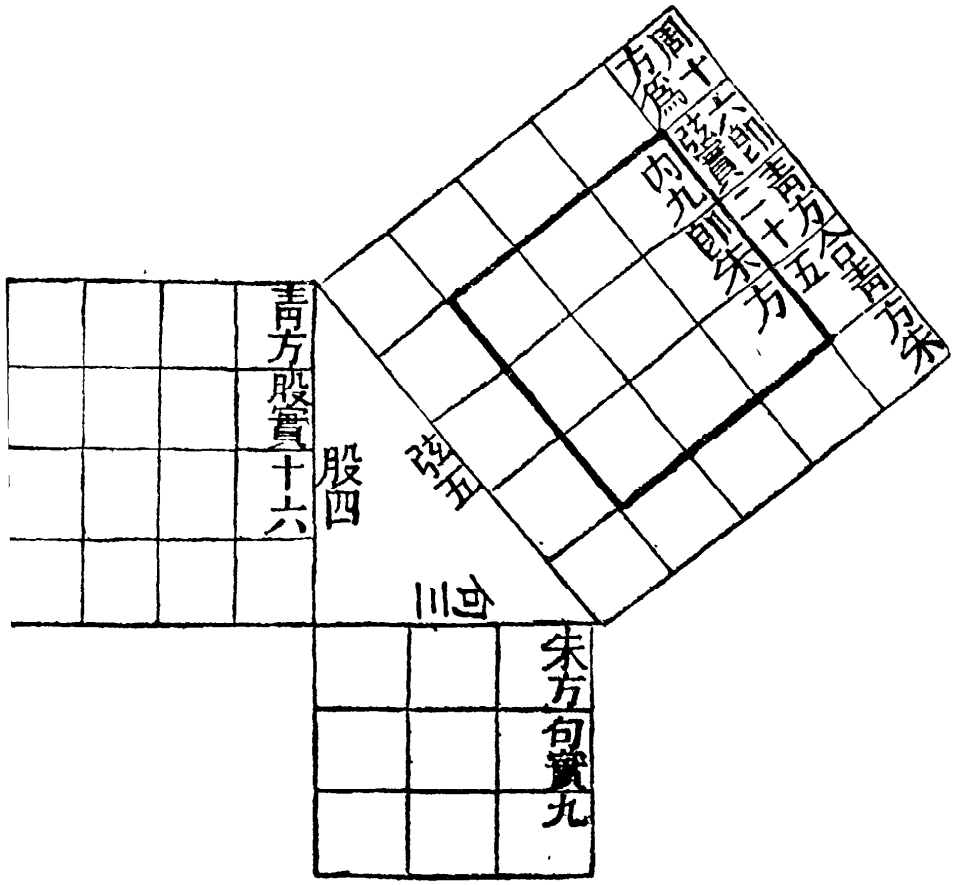
句自乘。爲朱方。股自乘。爲青方。令出入相補。各從其類。因就其餘。不移動也。合成弦方之冪。案注內以朱青分句股之方冪。則知舊有圖而缺。今補圖於後。開方除之。即弦也。

又股自乘。以減弦自乘。其餘、開方除之。即句。

淳風等按。此術以句股冪合成弦冪。句方於內。則句短於股。令股自乘。以減弦自乘。餘者即句冪也。故開方除之。即句也。

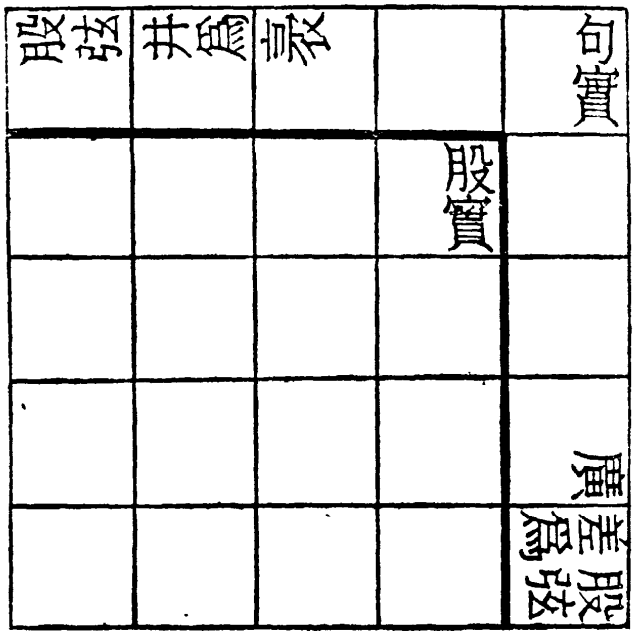
又句自乘。以減弦自乘。其餘、開方除之。卽股。
句股冪合以成弦冪。令去其一。則餘在者皆可得而知之。

句股弦互求圖



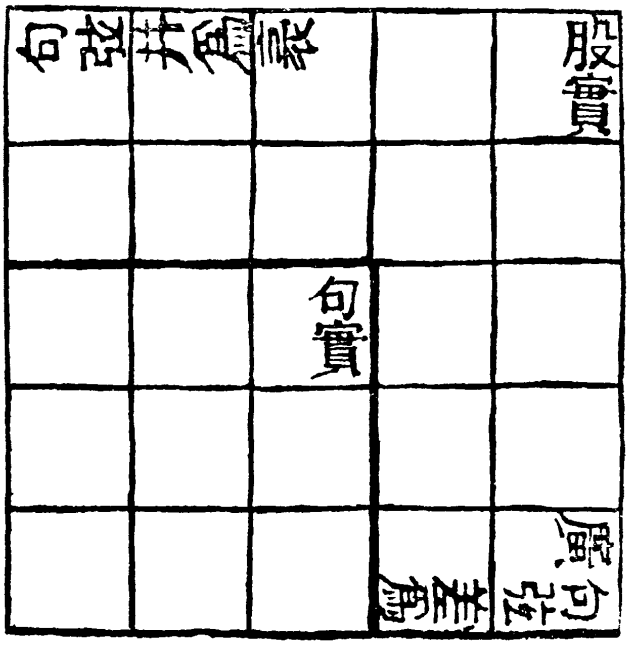
案。注云句自乘爲朱方。股自乘爲青方。令出入相補。合成弦方之冪。又李淳風等所釋。有云句方於內。則句短於股。據此。可推見劉徽舊圖之意。原本缺逸。今補。

句實之矩圖



案注云句股冪合以成弦冪令去其一則餘在者皆可得而知之後用股弦差、股弦并、與句股弦互求法本趙君卿說句實之矩以股弦差爲廣股弦并爲袤而股實方其裏原本缺圖今補

股實之矩圖



案句實股實合成弦實之方弦實內減句實得股實之方減股實得句實之方後用句弦差、句弦并、與句股弦互求注本趙君卿說股實之矩以句弦差爲廣句股并爲袤而句實方其裏原本缺圖今補

今有圓材徑二尺五寸。欲爲方版。令厚七寸。問廣幾何。答曰。二尺四寸。

術曰。令徑二尺五寸自乘。以七寸自乘減之。其餘開方除之。卽廣。

此以圓徑二尺五寸爲弦。版厚七寸爲句。所求廣爲股也。

今有木長二丈。圍之三尺。葛生其下。纏木七周。上與木齊。問葛長幾何。答曰。二丈九尺。

術曰。以七周乘三尺爲股。木長爲句。爲之求弦。弦者葛之長。

據圍廣求從爲木長者。案此句有舛誤。當云據圍廣木長求葛之長。其形葛卷裹衰。以筆管青線宛轉。有似葛之纏木。解而觀之。則每周之間。自有相間成句股弦。則其間葛青七弦周乘三圍幷合衆句。以爲一句。木長而股短。術云木長謂之股言之倒。案此數句訛舛不可通。當云則其間木長爲股。圍之爲句。葛長爲弦。弦七周乘三圍。是幷合衆句以爲一句。則句長而股短。故術以木長謂之句。圍之謂之股。言之互倒。句五與股求弦亦無圍二十五青弦之自乘冪出上第一圖。案此亦訛舛。當云句與股求弦。亦如前圖。句三自乘爲朱冪。股四自乘爲青冪。合朱青得二十五爲弦五自乘冪。出上第一圖。句股冪合爲弦冪、明矣。然二冪之數。謂倒在於弦冪之中而已。可更相裹者。則成方冪。其居表者。則成矩冪。二表裏形訛而數均。又按此圖句冪之矩。青卷白表。是其冪以股弦差、爲廣。股弦幷爲袤。而股冪方其裏。股冪之矩。青卷白表。是其冪以句弦差、爲廣。句弦幷、爲袤。而句冪方其裏。是故差之與幷。用除之矩長互相乘也。案此上亦多訛舛。又非本術所該。特因論句冪股冪合爲弦冪。旁推交通言之。據趙君卿注周髀算經云。凡幷句股之實。卽成弦實。或矩於外。或方於內。形詭而量均。體殊而數齊。句實之矩。以句弦差爲廣。股弦幷爲袤。而股實方其裏。股

實之矩。以句弦差爲廣。句股并爲袤。而句實方其裏。君卿漢人。此注蓋用其說。而傳寫失眞。加以後人竄改。遂不可通。其圖已見上。

今有池方一丈。葭生其中央。出水一尺。引葭赴岸。適與岸齊。問水深葭長各幾何。答曰。水深一丈二尺。葭長一丈三尺。

術曰。半池方自乘。

此以池方半之得五尺爲句。水深爲股。葭長爲弦。以句弦見股。故令自乘。先見矩冪也。案此注有脫誤。當云以句及股弦差求股弦。故令句自乘。先見矩冪也。

以出水一尺自乘。減之。

出水者股弦差。減此差冪於矩冪。則除之。案此三字衍誤。當云餘爲倍股弦差乘股長之矩冪。

餘。倍出水。除之。即得水深。

差爲矩冪之廣。案此句有脫誤。當云倍差爲矩冪之廣。水深是股。今此冪得出水一尺爲長。故爲矩而得葭長也。案此二句有脫誤。當云欲先見葭長者。出水一尺自乘。以加於半池方自乘尺數。倍出水除之。即得。今此冪得出水一尺爲袤。故爲矩而得葭長也。

加出水數。得葭長。

淳風等按此葭本出水一尺既見水深故加出水尺數而得葭長也

今有立木繫索其末委地三尺引索卻行去本八尺而索盡問索長幾何答曰一丈二尺六分尺之一

術曰以去本自乘

此以去本八尺爲句所求索者弦也引而索盡開門去閫者句及股弦差同一術案此句有脫誤當云與閫門去閫者句及股弦差求股弦丁一術去本自乘者先張矩冪

令如委數而一

委地者股弦差也以除矩冪即是股弦幷也

所得加委地數而半之即索長

子不可半者倍其母加差者幷則成長故又半之其減差者幷而半之也案此注脫誤不可通據句自乘之冪如股弦差而一得股弦幷加差爲兩弦減差爲兩股當云加差於幷則成兩索長故又半之其減差於幷而半之得木長也

今有垣高一丈倚木於垣上與垣齊引木卻行一尺其木至地問木長幾何答曰五丈五寸

術曰以垣高一十尺自乘如卻行尺數而一所得以加卻行尺數而半之即木長數

此以垣高一丈爲句所求倚木者爲弦引卻行一尺爲股弦差爲術之意與繫索問同也

今有圓材埋在壁中不知大小以鏤鏤之深一寸鏤道長一尺問徑幾何答曰材徑二尺六寸

術曰半鏤道自乘

此術以鏤道一尺爲句材徑爲弦鏤深一寸爲股弦差之一半鏤長是半也案此五字舛誤當云故鏤長亦半之也

淳風等按下鏤深得一寸爲半股弦差注云爲股差差者鏤道也案此言下鏤深得一寸爲半股弦差即注所謂鏤深一寸爲股弦差之一半也更綴注云爲股弦差者鏤道也十字舛誤不可通據割圓術鏤深一寸即可爲股弦差半鏤道五寸爲句材半徑爲弦若以此言之尤合術意

如深寸而一以深寸增之即材徑

亦以半增之如上術去本當半之今此皆同半差不復半也

今有開門去閫一尺不合二寸問門廣幾何答曰一尺一寸

術曰以去閫一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半即得門廣

此去閫一尺爲句半門廣爲弦不合二寸以半之得一寸爲股弦差求弦故當半之今次以兩弦爲廣數案次字誤當云今即以兩弦爲廣數故不復半之也

今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何答曰廣二尺八寸高九尺六寸

術曰令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半即戶廣加相多

之半。即戶高。

今戶廣爲句。高爲股。兩隅相去一丈爲弦。高多於廣六尺八寸爲句股差。按圖爲位。弦冪適滿萬寸。倍之。減句股差冪。開方除之。其所得即高廣幷數。以差減幷而半之。即戶廣。加相多之數。即戶高也。今此術先求其半。一丈自乘。爲朱冪四。黃冪一。半差自乘。又倍之。爲朱冪。案此處脫誤。當云爲黃冪四分之二。減實。半其餘。有朱冪二、黃冪四半一丈。案此亦訛。當云黃冪四分之一。其於大方。棄四分之一。故開方除之。得高廣幷數。案此亦訛。當云棄四分之三。適得四分之一。故開方除之。得高廣幷數之半。減差半。得廣。加得戶高。又按此圓冪。案圓字誤。當作圖。據注文知舊有圖而缺。今補圖於後。句股相幷而加其差冪。亦減弦冪爲積。蓋先見其弦。然後知其句與股。案此亦訛。幷據句股幷自乘。加差冪爲兩弦冪半之。開方得弦。今倍弦冪減差冪。求句股幷。蓋先見其弦。然後知其句與股也。今適等自乘。亦各爲方。先見其弦。然然知其句與股適等者。令自乘。亦令爲弦冪。案此亦訛。幷據句股適等者。幷而自乘。即爲兩弦冪。皆各爲方。先見其弦。然後知其句與股者。倍弦冪。即爲句股適等者幷而自乘之冪。令半相多而自乘。倍之。亦爲弦冪。而差數復先此各自乘之。而與相乘數各爲門實。案此亦訛。幷不可通。據半相多自乘。倍之。又半句股幷自乘。亦倍之。合爲弦冪。其無差數者。句股各自乘。幷之爲實。與句股相乘。倍之爲實。皆開方得弦。弦冪半之爲實。開方即得句股。及股長句短。同源而分流焉。假令句股各五。弦冪五十。開方除之。得七尺有餘一不盡。假令弦十。其冪有百。半之爲句股弦三

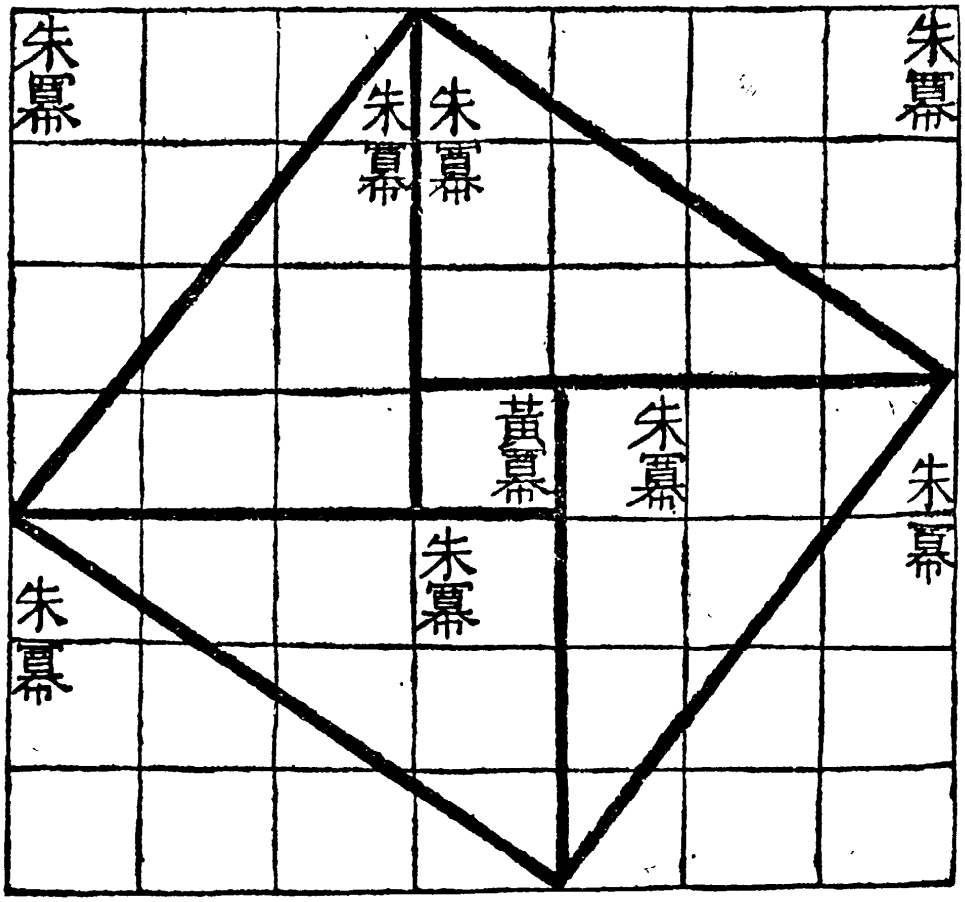
冪各得五十。案此句舛誤當云爲句股二冪各得五十。當亦不可開。故曰圓三徑一。方五斜七。雖不正得盡理。亦可言相近耳。

其句股合而自相乘之冪者。令弦自乘爲四冪以減之。開方除之。其餘爲句股差。加於合而半爲股。減差於合而半之爲句。案此亦訛舛。當云其句股合而自乘之冪。令弦自乘倍之爲兩弦冪以減之。其餘開方除之。爲句股差。加差於合而半之爲股。減差於合而半之爲句。股弦卽高廣衰。其出此圖也。

其倍弦爲廣衰。令矩句卽爲冪。得廣卽句股差。案此亦訛舛。據趙君卿注周髀算經云。其倍弦爲廣衰合。而令句股見者自乘爲其實。四實以減之。開其餘。所得爲差。以差減合半其餘爲廣。減廣於弦。卽所求也。此注似用其說。而傳寫舛誤。後人又妄加改竄。遂不可通。就君卿說攷之。倍弦自乘。得弦實四。內有句實股實各四。減四句實。餘卽四股實。開之得倍股。減四股實。餘卽四句實。開之得倍句。所謂開其餘所得爲差也。減倍股於倍弦。半其餘爲股弦差。減倍句於倍弦。半其餘爲句股差。所謂以差減令半其餘爲廣也。減股弦差於弦。卽股。減句弦差於弦。卽句。所謂減廣於弦。卽所求也。凡股弦差爲廣。股弦幷爲衰。其冪卽句冪。句弦差爲廣。句弦幷爲衰。其冪卽句冪。合廣衰皆成倍弦。故曰倍弦爲廣衰合。而倍句倍股卽廣衰差。此云廣卽句股差。其謬甚矣。

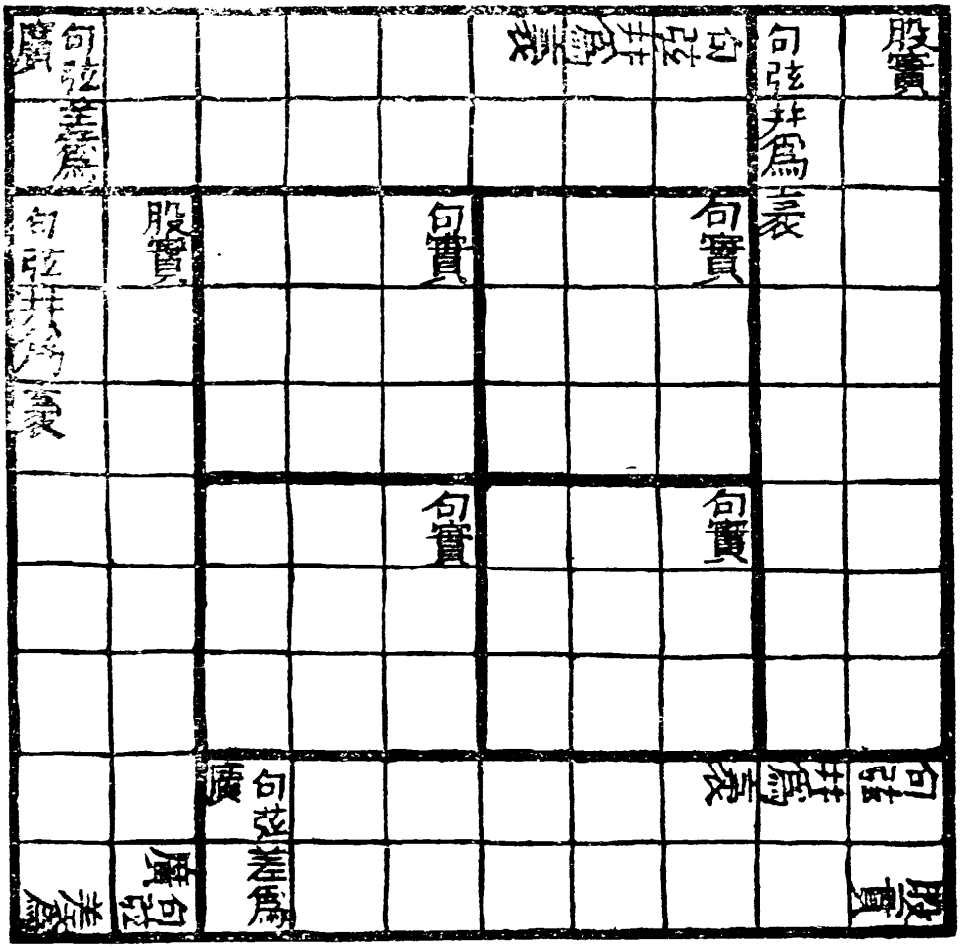
其矩句之冪倍爲從法。開之亦句股差。其餘以句股冪減半其餘差爲從法開方除之。卽句也。案此亦訛舛。據趙君卿云。減矩句之實於弦實。開其餘卽股。倍股在兩邊爲從法。開矩句之角。卽股弦差。減矩股之實於弦實。開其餘卽句。倍句在兩邊爲從法。開矩股之角。卽句弦差。此法亦用其說。而殘缺失次。遂不可通。

句股差句股幷與弦互求之圖



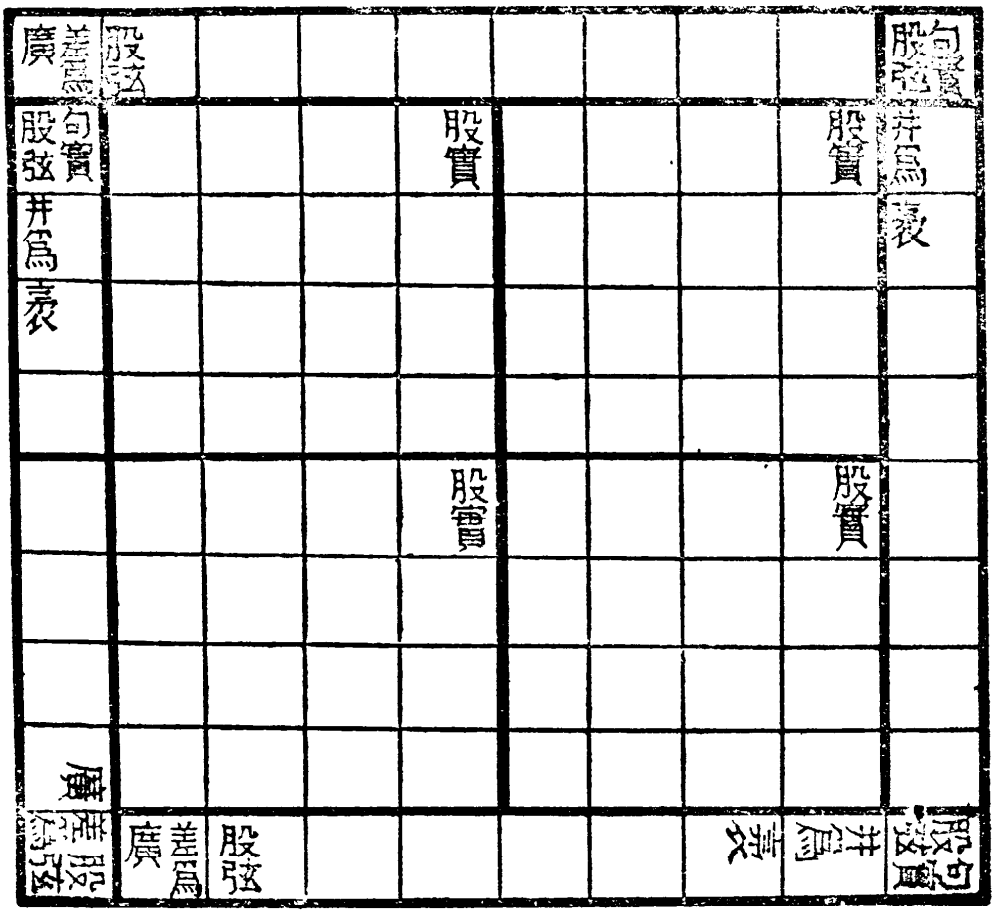
案。注意滿大方。卽句股幷自乘之冪。有朱冪八。黃冪一。朱冪者。句股積也。黃冪之面。卽句股差。大方內小方。卽弦實。有朱冪四。黃冪一。倍弦實。滿外大方而多一黃冪。於弦實內減黃冪四分之二。半其餘。適得外大方四分之一。原本缺圖。今補。

股實廣衰合圖



案注本趙君卿說。倍弦爲廣衰合。而令句股見者。自乘爲其實。四實以減之。開其餘。所得爲差。凡弦實內、容句實股實各一。倍弦自乘之冪。則容句實股實各四。減四股實。餘爲四句實。開之得倍句。卽股實之廣衰差也。原本缺圖。今補。

句實廣衰合圖



案此卽前趙君卿說。前圖據股實。以句弦差爲廣。句弦幷爲衰。而廣衰合。卽倍弦。此據句實。以股弦差爲廣。股弦幷爲衰。而廣衰合。亦卽倍弦。其冪、容句實股實各四。減四句實。餘爲四股實。開之得倍股。卽句實之廣衰差也。原本圖缺。今補。

今有竹高一丈。末折抵地。去本三尺。問折者高幾何。答曰四尺二十分尺之一十一。

術曰。以去本自乘。

此去三尺爲句。折之餘高爲股。以先令自乘之冪。案此句有脫誤。當云末折抵地爲弦。以句、及股弦幷求股。故先令句自乘。見矩冪。

令如高而一。

凡爲高一丈爲股弦幷之。案此句有舛誤。當云竹高一丈爲股弦幷。以除此冪。得差。

所得。以減竹高而半。餘卽折者之高也。

此術與繫索之類。更相反覆也。亦可如上術。令自乘爲股弦幷冪。案此句脫一高字。當云令高自乘爲股弦幷冪。去本自乘爲矩冪。減之。餘爲實。倍高爲法。則得折之高數也。

今有二人同所立。甲行率七。乙行率三。乙東行。甲南行十步而斜東北與乙會。問甲乙行各幾何。答曰。乙東行一十步半。甲斜行一十四步半、及之。

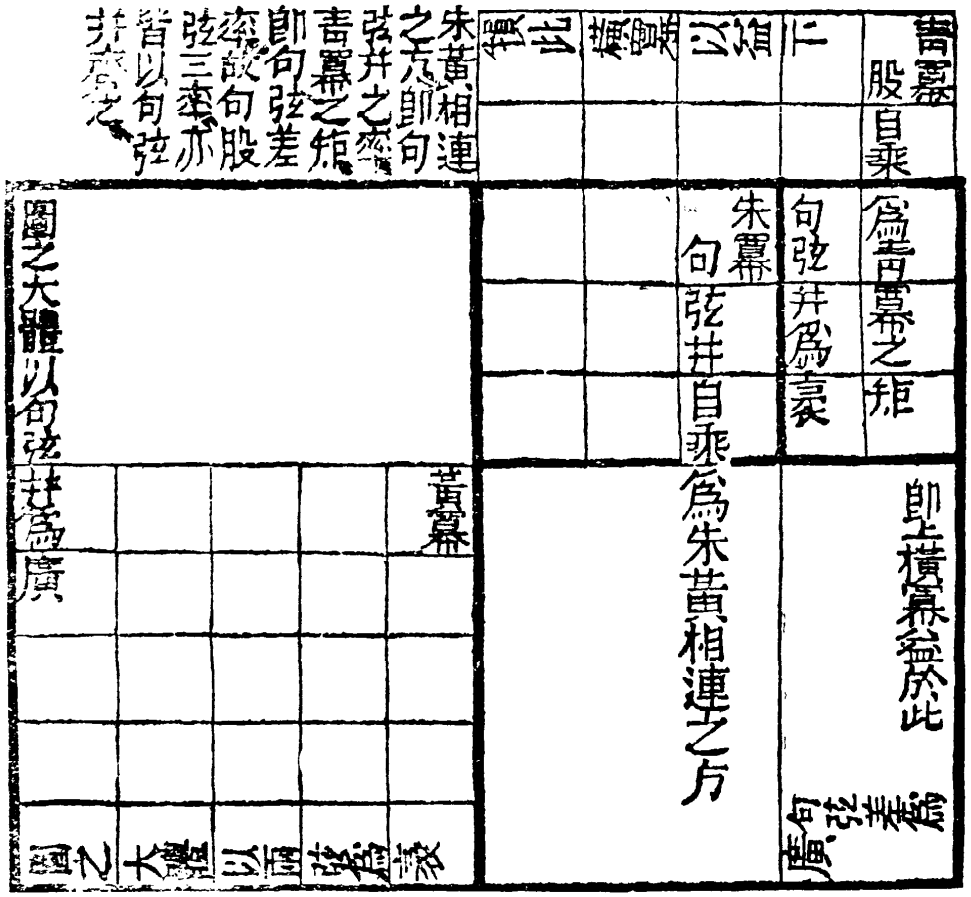
術曰。令七自乘。三亦自乘。幷而半之。以爲甲斜行率。斜行率減於七自乘。餘爲南行率。以三乘七。爲乙東行率。案此問甲行率七者。設句弦幷七也。乙行率三者。設股三也。術令七自乘。三亦自乘。幷而半之。以爲甲斜行率者。句弦幷自乘。加股自乘。半之。卽弦乘句弦幷所得數。以爲弦率。斜行率減於七自乘。餘爲南行率者。句弦幷自乘。減弦乘句弦幷。餘卽句乘句弦

并所得數以爲句率弦率句率皆句弦并乘出之率故所設股三亦以乘句弦并七乃爲股率句率二十股率二十一弦率二十九則句之十步股必十步半弦必十四步半矣

此以南行爲句東行爲股斜行爲弦并句率七案并句二字誤當云句弦并七欲引者當以爲冪案此亦訛誤當云欲知弦者當以股自乘爲冪如并而一所得爲句弦差加并之半爲率以率減餘爲句率案此亦訛誤當云加差於并而半之爲弦以弦減差餘爲句如是或有分當通而約之及定術以可使爲分母案此亦脫誤當云乃定術以句弦并爲分母差爲分子故令句弦并自乘爲朱黃相連之方股自乘爲青冪之矩以句弦并爲袞差爲廣今有相引之直加損同上案上當作之其圖大體案圖原本訛作圓今改正以兩弦爲袞句股爲廣案此句誤當云句弦并爲廣引橫斷其半爲弦率七自乘者句弦并之率故弦減之餘爲句率同立處是中停也列用率案此三字原本訛在上斷其半爲弦率之下今訂正皆句弦并爲率故亦以句率同其袞也案此亦脫誤當云皆句弦并爲袞弦與句各爲之廣故亦以股率同其袞也

置南行十步以甲斜行率乘之副置十步以乙東行率乘之各自爲實實如南行率而一各得行數南行十步者所有見句求見弦股故以弦股率如句率而一

股與句弦幷求句弦之圖



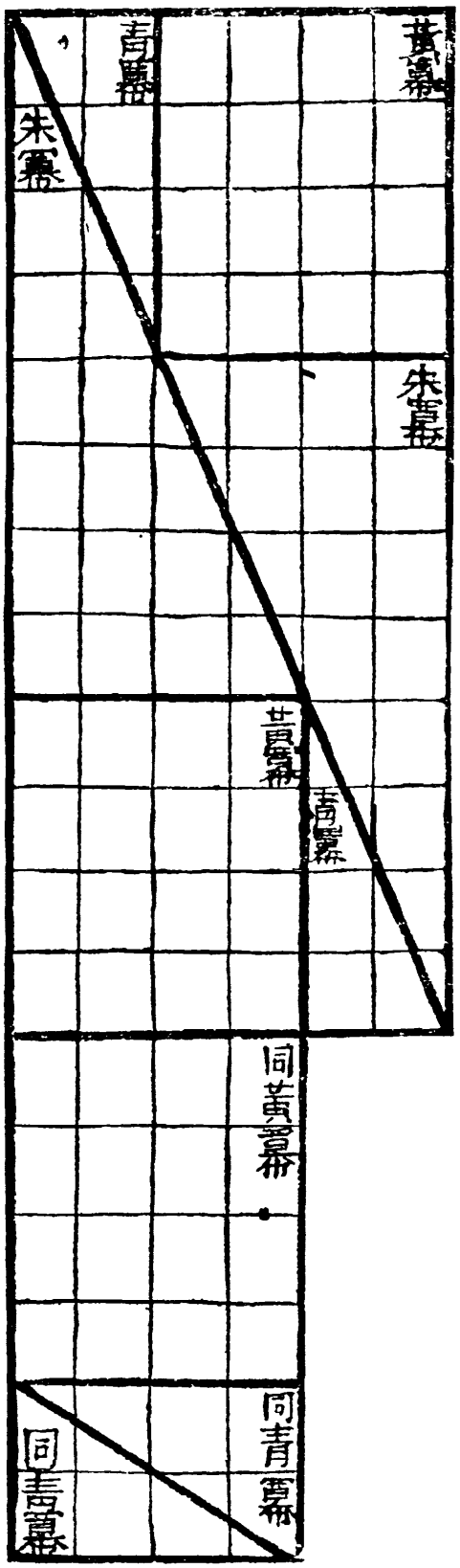
案注意句弦幷自乘之方。加股自乘之矩。損上橫冪益於下。以句弦幷爲袤。差爲廣。其相加成長方。以兩弦爲袤。句弦幷爲廣。故半之爲弦率。減股自乘爲句率。即加差於幷半之爲弦。減差於弦爲句之通術也。據句三股四弦五圖之自明。舊有圖而缺。今補。

今有句五步股十二步問句中容方幾何答曰方三步十七分步之九

術曰并句股爲法句股相乘爲實實如法而一得方案方字下原本衍一步二字乃後人妄加今刪正

句股相乘爲朱青黃冪各二案此及下注舊皆有圖而缺今各補圖於後令黃冪袤於隅中朱青各以其類令從其兩徑共成脩之冪案此有訛舛據後容圖術注云可用畫於小紙分裁邪正之會令顚倒相補各以類合成脩冪則此亦謂令黃冪連於下隅朱青各以其類移而相補共成脩冪也方中黃案此三字下有脫文當云中方黃爲廣并句股爲袤故并句股爲法冪圓方在句中案圓字誤當作圖則方之兩廉各自成小股袤案此句誤當云各自成小句股而其相與之勢不失本率也句中之小股股面之并爲中率案此亦訛舛當是言句面之小股股面之小句從橫相連合而成中方令股爲中方率并句股爲案此四字之下有脫文當云并句股爲廣率據見句五步而今有之得中方也復令句爲中率以句股爲率案此二句有脫誤當云復令句爲中方率以并句股爲袤率據股十二步而今有之則中方又何如案此句舛誤當云則中方又可知此則雖不效而法實有法由生矣案此亦舛誤據上以粟米章今有術及衰分章列衰之術解此術大小句股互求并句股即所有率中方率即所求率見句見股即所有數於事雖不同而意相倣效實術所由生也注意當是如此不容圓率而似今有衰分言之案此二句舛誤當云下容圓率而以今有衰分言之可以見之也

句股容方圖



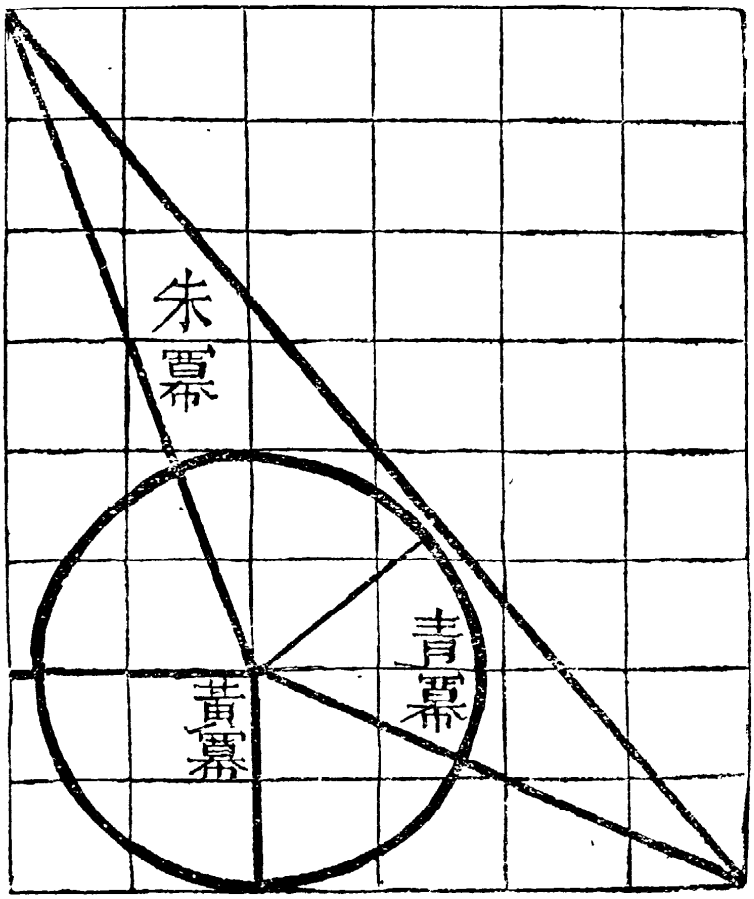
案注意句股相乘得兩黃冪、兩朱冪、兩青冪。令朱冪從朱冪兩句股積連成長方。青冪從青冪。亦連兩句股積成小長方。橫在下。而黃冪從黃冪。則句股幷爲衰。容方之面爲廣。其朱冪青冪各成小句股。皆如大句股本率。可以小大互求。原本缺圖。今補。

今有句八步。股一十五步。問句中容圓徑幾何。答曰。六步。

術曰。八步爲句。十五步爲股。爲之求弦。三位幷之爲法。以句乘股。倍之爲實。實如法得徑。案徑字下。原本衍一步二字。乃後人妄加。今刪正。

句股相乘爲圓本體朱青黃冪各二之則田爲各四案此注訛舛當云句股相乘爲圖之本體朱青黃冪各二則倍之爲各四可用畫於小紙分裁邪正之會令顚倒相補各以類合成脩冪圓徑爲廣并句股弦爲袤故并句股弦以爲法又以圓大體言之案圓字誤當作圖股中靑必令立規於橫廣句股又邪三徑均而復連規案此亦舛誤據容圓之徑即減弦於句股并之餘也取半徑規之又以半徑減句股其餘并之適爲弦如是截句股弦各爲二三半徑均而復連於規之中央注意蓋以此爲言而殘缺失次遂不可通從橫量度句股必合而成小方矣又畫中弦以規除會則句股之面中央小句股弦案此亦訛舛當是言又畫中弦以觀其會則句股之中成小句股弦者四句之小股面面小句案此二句股當作句面之小股股面之小句皆小方之面皆圓徑之半其數故可衰以句股弦爲列衰副并爲法以小句乘未并者各自爲實實如法而一得句面之小股可知也以股乘列衰爲實則得股面之小句可知案以小句乘未并者至此訛舛不可通或後人妄加改竄又據衰分章之文入於此遂漫無辨別當是言令股爲列衰以見句乘之爲實實如法而一則句面之小股可知也令句爲列衰以見股乘之爲實實如法而一則股面之小句可知此在粟米章即今有術以所求率乘所有數所有率除之古算家謂之異乘同除注以解大小句股互求句率股率爲所有率及所求率見句或見股爲所有數不可以見句乘句率見股乘股率也言雖異矣及其所以成法之實則同歸矣則圓徑又可以句乘之差并案此句亦訛舛當云則又可以股弦差減句爲圓徑句弦差減股爲圓徑案此下有脫文當補云句弦差股弦差減句爲圓徑又弦減句股并餘爲圓徑以句弦差乘股弦差而倍之開方除之亦圓徑也

句股容圓圖



今有邑方二百步．各中開門．出東門一十五步有木．問出南門幾何步而見木．答曰．六百六十六步大半步．

術曰．出東門步數爲法．

案．句股相乘．半之．爲句股積．有朱青黃冪各一．則句股相乘倍之．有朱青黃冪各四．截朱青冪各成小句股者二．令倒順相補．各成小長方．合四朱四青四黃而成大長方．以容圓之徑而廣．幷句股弦爲袤．原本缺圖．今補．

以句率爲法也。

半邑方自乘爲實。實如法得一。案原本此句之下衍步字。乃後人妄加。今删正。

此以出門十五步爲句率。東門南至隅一百步爲股率。南門東至隅一百步爲見句步。欲以見句求股。以爲出南門數。正合半邑方自乘者。股率當乘見句。此二者數同也。

今有邑東西七里。南北九里。各中開門。出東門一十五里有木。問出南門幾何步而見木。答曰。三百一十五步。

術曰。東門南至隅步數。以乘南門東至隅步數。爲實。以木去門步數爲法。實如法而一。

此以東門南至隅四里半爲句率。出東門一十五里爲股率。南門東至隅三里半爲見股。所問出南門。即見股之句。爲術之意。與上同也。

今有邑方不知大小。各中開門。出北門三十步有木。出西門七百五十步見木。問邑方幾何。答曰。一里。

術曰。今兩出門步數相乘。因而四之。爲實。開方除之。即得邑方。

按。半邑方令半方自乘。出門除之。即步。案此注不分曉。慮有脫誤。據前出東門術。半邑方自乘。出東門步數除之。即出南門步數。似引之以互相證明。令之出相乘。案令之二字誤。當云今兩出門相乘。故爲半方邑自乘。居一隅之積分。因而四之。即爲四隅之積分。故爲實。開方除。即邑方也。

今有邑方不知大小各中開門出北門二十步有木出南門一十四步折而西行一千七百七十五步見木問邑方幾何答曰二百五十步

術曰以出北門步數乘西行步數倍之爲實

此以折而西行爲股自木至邑一十四步爲句案邑下脫南字當云自木至邑南十四步爲句以出北門二十步爲弦率案弦字誤當云爲句率北門至西隅爲單望半廣數案單望二字誤當云爲弦率即半廣數故以出北門乘至南行股以半率乘句之冪案此二句訛舛當云故以出北門句率乘西行股得半廣股率乘句之冪然北冪居半以西行故又倍之合東盡之也案此亦訛舛當云然此冪居半以西故又倍之合半以東也并出南門步數爲從法開方除之即邑方

此術之冪東西南北邑自木盡邑南四十步之冪案此二句訛舛當云東西如邑方南北自木盡邑南十四步合南北步爲廣邑方爲袤故連兩廣爲法從并案此八字訛舛當云故連并兩廣爲從法以爲隅外之冪也

今有邑方一十里各中開門甲乙俱從邑中央而出乙東出甲南出出門不知步數邪向東門磨邑適與乙會率甲行五乙行三問甲乙行各幾何答曰甲出南門八百步邪東北行四千八百八十七步半及乙

乙東行四千三百一十二步半。

術曰。令五自乘。三亦自乘。幷而半之。爲邪行率。邪行率減於五自乘者。餘爲南行率。以三乘五。爲乙東行率。

求三率之意。與上甲乙同。

置邑方半之。以南行率乘之。如東行率而一。卽得出南門步數。

今半方南門東隅五里。半邑者謂爲小股也。求以爲出南門步數。案此注有脫誤。當云邑半方。自南門至東隅五里。以爲小股。求出南門步數爲小股之句。以東行爲股率。南行爲句率。故置邑方半之。以南行句率乘之。如股率而一。以增邑方半。卽南行。

半邑者。謂從邑心中停也。

置南行步求弦者。以邪行率乘之。求東者。以東行率乘之。各自爲實。實如南行率得一。案原本訛作實如法南行率得一。步。據前甲乙術云。實如南行率而一。各得行數。則此文法字步字。乃後人妄增。今刪正。

此術與上甲乙同。

今有木去人不知遠近。立四表相去各一丈。令左兩表與所望參相直。從後右表望之。入前右表三寸。問木去人幾何。答曰三十三丈三尺三寸少半寸。

術曰。令一丈自乘爲實。以三寸爲法。實如法而一。此以入前右表三寸爲句率。右兩表相去一丈爲股率。左右兩表相去一丈爲見句。所問木去人者見句之股。於右行。案此三字乃衍文當刪。股率當乘見句。此二率俱一丈。故曰自乘之。以三寸爲法。實如法得一。

今有山居木西。不知其高。山去木五十三里。木高九丈五尺。案原本訛作九尺五寸今改正。人立木東三里。望木末通與山峯斜平。人自高七尺。問山高幾何。答曰一百六十四丈九尺六寸大半寸。

術曰。置木高減人目高七尺。此以木高減人目高七尺。餘有八丈八尺爲句率。人去木三里爲股率。山去木五十三里爲見股。以木高爲見股。求句。加人目之高。案此二句訛舛。當云以句率乘見股。如股率而一。得句。加木之高。故爲山高也。

餘以乘五十三里爲實。以人去木三里爲法。實如法而一。所得加木高。卽山高。

此術句股之義。案上節注文。似應接此句之下。衍注端一此字。

今有井徑五尺。不知其深。立五尺木於井上。從木末望水岸。入徑四寸。問井深幾何。答曰。五丈七尺五寸。

術曰。置井徑五尺。以入徑四寸減之。餘以乘立木五尺。爲實。以入徑四寸爲法。實如法得一。案此句之下。原本衍寸字。乃後人妄加。今刪正。

此以入徑四寸爲句。率立木五尺爲股。率井徑四尺六寸爲見句。問井深者。見句之股也。

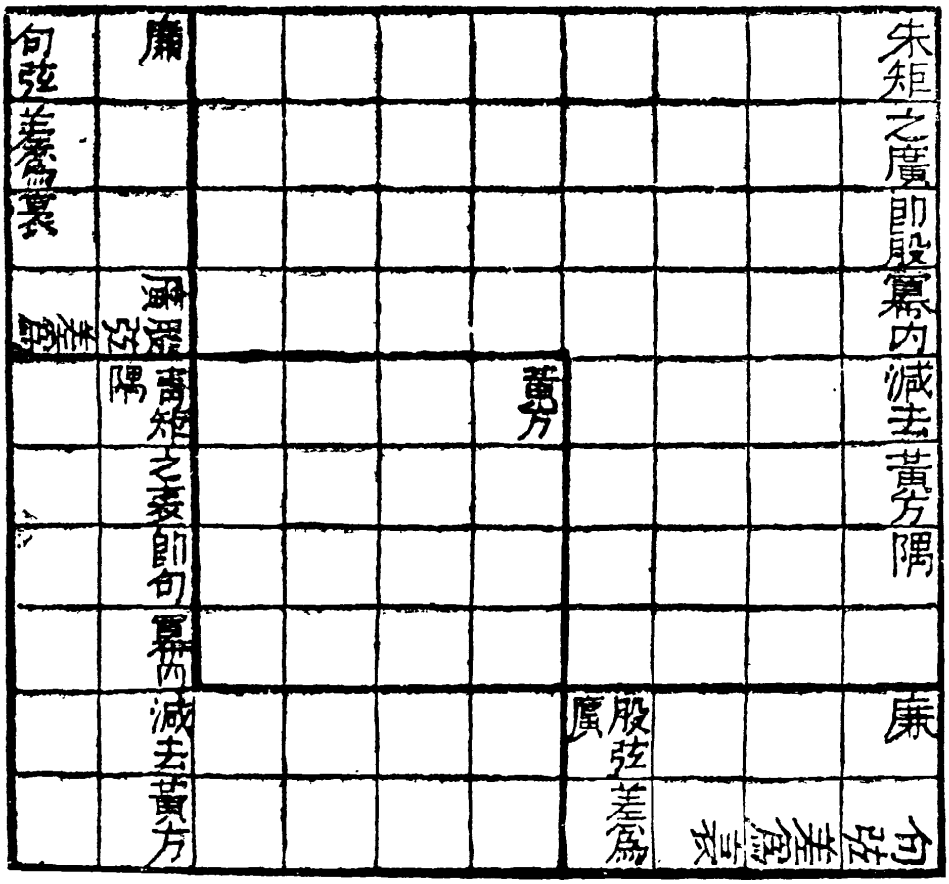
今有戶不知高廣。竿不知長短。橫之不出四尺。從之不出二尺。邪之適出。問戶高廣袤各幾何。答曰。廣六尺。高八尺。袤一丈。

術曰。從橫不出相乘。倚而開方除之。所得加從不出。卽戶廣。

此以戶廣爲句。戶高爲股。戶袤爲弦。凡句之在股。案此句有訛舛。當云凡井句股之冪。卽爲弦冪。或矩於表。或方於裏。連之者舉表矩而端之。又從矩方裏令爲青矩之表。未滿黃方。滿此方。則兩端之邪。案邪字誤。當作廉。重於隅中。各以股弦差爲廣。句弦幷爲袤。案幷字誤。當作差。又據注文。舊有圖而缺。今補圖於後。故兩端差相乘。又倍之。則成青黃之冪。開方除之。得黃方之面。其外之青。知亦以股弦差爲廣。故以股弦差加。則爲句也。

加橫不出。卽戶高。兩不出加之。得戶袤。

句弦差股弦差求句股弦之圖



案。注意以句弦差乘股弦差。倍之。爲兩廉。其冪與黃方相等。故開方除之。得黃方之面。加股弦差卽句。加句弦差卽股。加兩差卽弦。原本缺圖。今補。

九章算術音義

唐 李籍 撰

序

九九之術　食律切。術者有所述也。前漢梅福傳。臣聞齊桓之時。有以九九見者。桓公不逆。欲以致大也。

師古曰。九九。算術。若今九章五曹之輩。隋書經籍志。九九算術二卷。楊淑撰。

九數　色具切。卽九章是也。以算言之。故曰九數。以篇言之。故曰九章。周官保氏教國子以六藝。一曰禮。二曰樂。三曰射。四曰馭。五曰書。六曰數。鄭康成注云。九數。方田、粟米、差分、少廣、商功、均輸、方程、贏不足、旁要。今有重差夕桀句股。案周禮疏曰。云今有重差句股也者。此漢法增之。馬氏注以爲今有重差夕桀。夕桀亦是算術之名。與鄭異。據疏所言。鄭注惟云今有重差句股也。夕桀二字乃馬注。賈公彥後始竄入鄭注內。此所引。與今本周禮注同。蓋訛舛已久矣。　隋書律歷志云。一曰方田。以御田疇界域。二曰粟米。以御交質變易。三曰衰分。以御貴賤稟稅。四曰少廣。以御積冪方圓。五曰商功。以御功程積實。六曰均輸。以御遠進勞費。七曰盈朒。以御隱雜互見。八曰方程。以御錯糅正負。九曰句股。以御高深廣遠。

隸首　郎計切。世本曰。黃帝時隸首作數。

探賾　上。吐南切。下。士革切。賾者含蓄。探之可及。故易曰探賾。

索隱　上。索白切。下。於謹切。隱者隱匿。隱匿者。索之可得。故易曰索隱。

重差　上。直容切。下。楚佳切。重。復也。差。不齊也。重差句股名也。

率　所律切。數相與也。又音律。約數也。

可度　徒各切。揆也。

考論　盧敦切。

孤離　呂支切。

九章第一

方田　徒年切。田者。圍周之以爲疆。橫從之以爲理。平夷著見。與作利養之地也。方田者。田之正也。諸田不等。以方爲正。故曰方田。

以御　牛倨切。理也。

田疇　直留切。耕治之田也。

界域　雨逼切。疆也。

廣　如字。闊也。

從　卽容切。長也。

幾何　上。居豈切。下。如字。幾何。數之疑也。

相乘　食陵切。登也。登之使其數多。隋書曰。乘以散之。案。此引隋書乘以散之。後又引隋書除以聚之。考之隋書亦然。於乘除之義適相反。乘乃合其數。當云乘以聚之。除乃分數。當云除以散之。此該諸分爲言。散謂通之。以衍而多。聚謂約之使尊而少耳。

淳風　竝如字。李淳風。岐州雍人。幼爽秀。通羣書。明步天歷算。貞觀初。與傅仁均爭歷法。議者多附淳風。故以將仕郎直太史局。制渾天儀。詆撫前世得失。著法象書七篇。上之。擢承務郎。遷太常博士。改太史丞。與諸儒修書。遷爲令。於占候吉凶。若節契然。當世術家。意有鬼神相之。非學習可致。終不能測也。以勞封昌樂縣男。奉詔與算博士梁述、助教王眞儒等。是正五曹、孫子等書。刊定注解。立於學官。九章即其一也。

畝法　莫厚切。司馬法。六尺爲步。步百爲畝。秦孝公之制。二百四十步爲一畝。

除之　直魚切。去也。去之使其少。隋書曰。除以聚之。案。聚非除之義。蓋指約分諸術而言。

一頃　去穎切。百畝也。

約分　於略切。約者。欲其不煩。分之爲數。煩則難用。設有言四分之二者。煩而言之。則可爲八分之四。約而言之。則二分之一也。雖則異辭。至於爲數。亦同歸耳。

副置　上敷救切。別也。下陟吏切。設也。別設算位。有所分也。

合分　古沓切。合分者。欲其不離。數非一端。分無定準。分子雜互。羣母參差。麤細既殊。理難從一。故齊其衆分。同其羣母。分可相幷。故曰合分。

參差　上。楚金切。下。楚宜切。不齊也。三相參爲參。兩相差爲差。

觿　音攜。所以解結。詩曰。童子佩觿。

減分　古斬切。減損也。減分者。欲知其餘。諸分子母。數各不同。以少減多。欲知餘幾。以餘爲實。故曰減分。

課分　苦臥切。校也。欲知其相多。分各異名。理不齊一。校其相多之數。故曰課分。

平分　符兵切。均也。平分者。欲減多增少。而至於均。諸分參差。欲令齊等。減彼之多。增此之少。故曰平分。

副幷　略政切。兼也。別兼算位。有所合也。

經分　如字。釋名曰。經者徑也。經分者。欲徑求一人而至於徑。自合分已下。皆於諸分相齊。此乃徑求一人之分。以人數分所分。故曰經分。下經率同。

乘分　如字。乘分者。欲知其所積。分母相乘、爲法。子相乘、爲積。故曰乘分。自合分已下。獨乘言田。而皆列於方田者。欲其學數者不可後也。故說算者。以謂爲術者先治諸分。能治諸分。則數學之能事盡矣。

大廣田　幷如字。初術有全步而無餘分。次術有餘分而無全步。此術先見全步。復有餘分。可以廣兼三術。故曰大廣田。

圭田　古攜切。圭田者。其形上銳。有如圭然。白虎通曰。圭者上銳。象物皆生、見於上也。

箕田　居之切。箕田者。有舌有踵。其形哆侈。有如箕然。詩曰。哆兮侈兮。成是南箕。

圓田　王權切。圓田之率有三。一曰古率。周三徑一是也。二曰徽率。周一百五十七、徑五十。是也。三曰密率。周二十二、徑七。是也。爲算之術有四。一曰半周半徑相乘。得積步。二曰周徑相承。四而一。三曰徑自乘。三之。四而一。四曰周自相乘。十二而一。

徽術　許歸切。徽術以五十乘周。一百五十七而一。卽徑。以一百五十七乘徑。五十而一。卽周。此率本於劉徽。故曰徽術。

密率　美畢切。密率以七乘周。二十二而一。卽徑。以二十二乘徑。七而一。卽周。此率本於宋南徐州從事史祖沖之。沖之以圓徑一億爲一丈。圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽。朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽。正數在盈朒二限之間。密率圓徑一百一十三。圓周三百五十五。約率圓徑七。周二十二。此乃率之最密也。

秒忽　上。亡沼切。下。呼骨切。忽者。數之始也。一蠁所吐謂之忽。孫子算術云。蠁所生吐絲爲忽。十忽爲秒。十秒爲毫。十毫爲釐。十釐爲分。

億　於力切。十萬曰億。萬者。物數也。以人之億數。爲足以勝物數故也。或曰。萬萬曰億。黃帝爲法數。有十等。及其用也。乃有三焉。十等者。謂億兆京垓秭壤溝澗正載也。三等者。謂上中下之數也。下數者十十變之。若言十萬曰億。十億曰兆。十兆曰京。中數者萬萬變之。若言萬萬曰億。萬萬億曰兆。萬萬兆曰京。

上數者數窮則變。若言萬萬曰億。億億曰兆。兆兆曰京。詩云。不稼不穡。胡取禾三百億兮。毛氏曰。萬萬曰億。鄭氏曰。十萬曰億。據如此言。則鄭用下數。毛用中數也。

嘉量　音亮。周禮考工記。桌氏爲量。鬴深尺。內方尺而圓其外。其實一鬴。其臀一寸。其實一豆。其耳三寸。其實一升。重一鈞。其聲中黃鍾。槩而不稅。其銘曰。時文思索。允臻其極。嘉量既成。以觀四國。永啓厥後。茲器維則。春秋左氏傳曰。齊舊四量。豆區鬴鍾。四升曰豆。各自其四。以登於鬴。六斗四升也。鬴十則鍾。六十四斗也。鄭康成以爲方尺積千寸。此九章粟米法。少二升八十一分升之二十二。祖沖之以算術考之。積凡一千五百六十二寸半。方尺而圓其外。減旁一釐八毫。其徑一尺四寸一分四釐七秒二忽有奇。而深尺。卽古斛之制也。王莽作銅斛。名曰律嘉量。其意蓋本於此。銅斛之法。方尺而圓其外。旁有庬焉。其上爲斛。其下爲斗。左耳爲升。右耳爲合。龠其狀似爵。以縻爵祿。上三下二。參天兩地。圓而函方。左一右二。陰陽之象也。圓象規。其重二鈞。備氣物之數。各萬有一千五百二十也。聲中黃鍾。始於黃鍾而反覆焉。其斛銘曰。律嘉量斛。方尺而圓外。庬旁九釐五毫。冪百六十二寸。深一尺。積一千六百二十寸。容十斗。祖沖之以圓率考之。此壺當徑一尺四寸三分六釐一毫九秒二忽。庬旁一分九毫有奇。劉歆庬旁少一釐四毫有奇。歆數術不精之所致也。魏陳留王景元四年。劉徽注九章商功曰。當今大司農斛。圓徑一尺三寸五分五釐。深一尺。積一千四百四十一寸十分寸之三。莽王銅斛。於今尺爲深九寸五分五釐。徑一尺三寸六分八釐七毫。以術計之。於今斛爲容九斗七升四合有奇。此魏斛大而尺

長。王莽斛小而尺短也。

庳　吐雕切。不滿之貌也。

奇　居宜切。餘數也。

撰撚　上。居運切。下之石切。撰撚。取捨也。撰或作揣。

畹　畹。當作宛。字之誤也。宛田者。中央隆高。爾雅曰。宛中宛邱。又曰。邱上有邱爲宛邱。皆中央隆高之義也。

弧田　戶吳切。弧田者。有弧有矢。如弧之形。

環田　戶關切。環田者。有肉有好。如環之形。爾雅曰。肉好若一。謂之環。或作鐶。

九章第二

粟米　上。相玉切。下。莫禮切。粟者。禾之未舂。米者。穀實之無殼。粟者。米之率也。諸米不等。以粟爲率。故曰粟米。

交質　陟利切。又如字。

變易　羊益切。

糲米　盧達切。麤也。凡粟五斗。得糲米三斗。故粟率五十。而糲率三十。

粺米　傍卦切。精於糲也。凡粟五斗。得粺米二斗七升。故粟率五十。而粺率二十七。詩曰。彼疏斯粺。鄭康

成注云米之率糲十粺九鑿八御七。

鑿米　音作精於粺也。凡粟五斗得鑿米二斗四升。故粟率五十而鑿率二十四。春秋左氏傳曰。粢食不鑿。俗作鑿。

御米　牛倨切。精於鑿也。供王膳之米也。蔡邕獨斷曰。所進曰御。御者進也。凡衣服加於身。飲食入於口。皆曰御。

小麵大麵　音敵。麥屑也。細曰小麵。麤曰大麵。

菽　音叔。大豆也。

荅　都合切。小豆也。

豉　是義切。鹽豉也。

飧　音孫。說文曰。餔也。

糵　魚列切。麴糵也。說文曰。米牙。

瓠甈　上音靈。下扶歷切。甈瓠也。

箇　古賀切。數也。數竹曰箇。

縑　古甜切。說文曰。幷絲繒也。

鈞　居勻切。三十斤也。

銖　音殊。八銖爲錙。二十四銖爲兩。

朱　音侯。說文曰。朱本也。數朱稱其本。猶數草木稱其根株也。

榦　古按切。榦。莖也。一本作幹。

九章第三

衰分　楚宜切。衰。差也。以差而平分。故曰衰分。

稟　筆錦切。供穀曰稟。或曰廩。非是。

大夫　上。如字。下。甫無切。爵名也。夫以智率人者也。大夫則以智率人之大者也。

不更　古衡切。爵名也。次大夫。取其不與戍更。

簪裹　上。側吟切。下。奴了切。爵名。次不更。取其纓冠乘馬。

上造　音皂。爵名也。次簪裹。取其爲造士而居上。

公士　並如字。爵名也。次上造。取其爲士而在公。

爵數　色具切。爵數者。謂大夫五。不更四。簪裹三。上造二。公士一也。墨子號令篇。以爵級爲賜。然則戰國之初。有此名也。

償之　市羊切。還也。

北鄉算　蘇貫切。算者。計口出錢。漢律。人出一算。一算百二十錢。賈人與奴婢、倍算。

徭　音遙。役也。
耗　呼到切。減也。
乾　古寒切。燥也。
保　音寶。傭也。如所謂酒家保。
貸　吐代切。以物假人也。

九章第四

少廣　上。書沼切。不多也。下。古莽切。闊也。少廣。從多、截從之多。益廣之少。故曰少廣。
積冪　上。資昔切。下。莫狄切。積者。聚也。衆數聚居之稱。冪者。覆也。方面單布之名。積冪之義不同。如此。
半　博漫切。物中分也。凡言半者。以二爲分母。言太半、少半者。以三爲分母。
約省　所景切。
折法　旨熱切。折者屈、而有降意。折法。卽退位也。
內子　如字。入也。既以分母通之。必入其分子。故曰內子。所謂齊同以通之也。又音納。
中行　戶剛切。列也。下行同。
丸徑　故官切。丸。卽立圓也。
牟合　上。莫浮切。下。胡閤切。

桼氏　力質切。桼氏。鑄量之官也。一本作栗。

爲渾　胡昆切。

祖暅之　古鄧切。暅之。字景爍。沖之之子也。少傳家業。究極精微。亦有巧思入神之妙。般倕無以過之。當其詣微之時。雷霆不能入。嘗行遇僕射徐勉。以頭觸之。勉呼乃悟。父所改何承天歷。時尚未行。梁天監初。暅之更修之。於是始行焉。位至大府卿。

昭晰　音哲。明也。

咍咺　上。呼開切。下。式忍切。笑也。

九章第五

商功　式羊切。商度也。以度其功庸。故曰商功。

穿地　昌緣切。掘地也。凡穿地四尺爲壤。五尺爲堅。三尺爲壤。

如兩切。壤謂息土。書曰厥土惟白壤。

堅　古賢切。堅謂築土。詩曰築之登登。

墟　苦虛切。墟謂穿坑。

垣　音園。墉也。

隄　都奚切。防也。俗作堤。

溝　古侯切。釋名曰。田間之水曰溝。溝、搆也。縱橫相交搆。

壍　七豔切。長於溝也。水之遶城者。

渠　強如切。長於壍也。水之通運者。

衰　莫侯切。衰長也。

礫　郎擊切。釋名曰。小石曰礫。

堛壖　上音寶。小城也。下音鳥。以土擁木也。

方亭　特丁切。釋名曰。亭停也。人所停集也。方亭者。其積之形。如亭之方者。圓亭亦然。

方錐　職誰切。方錐者。其積之形。如錐之方者。圓錐亦然。

壍堵　當古切。壍堵。壍上疊也。以立方一邪解。得二壍堵。其積居立方二分之一。將一壍堵邪解。得一陽馬、一鼈臑。求壍堵之積。以廣長相乘。又以高乘之。二而一。

陽馬　莫下切。陽馬之形。方錐一隅也。今以四柱屋隅爲陽馬。以立方一邪解。得三陽馬。其積居立方三分之一。將一陽馬邪解。得二鼈臑。求陽馬之積。以廣長相乘。又以高乘之。三而一。

鼈臑　那到切。臂節也。鼈臑之積、半陽馬。其形有似鼈肘。故以名云。以立方一邪解。得六鼈臑。其積居立方六分之一。求鼈臑之積。以廣長相乘。又以高乘之。六而一。臑或作臏。非是。

羨除　上以淺切。下直魚切。羨延也。除道也。羨除。乃隧道也。其所穿地上平下邪。似兩鼈臑、夾一壍堵。即

羨除之形。求其積。幷三廣、以深乘之。又以長乘之。六而一。

芻甍　上測隅切。刈草也。俗作芻。下莫耕切。屈棟也。芻甍之形。似屋蓋上苫也。求其積。倍下長。上長從之。又以廣乘之。又以高乘之。六而一。正解方亭兩邊合之。卽其形也。

芻童　徒紅切。如倒置研石。求其積。倍上長幷入下長。以上廣乘之。又倍下長幷入上長。以下廣乘之。幷二位。以高乘之。六而一。曲池、盤池、冥谷、皆同術。

曲池　邱玉切。

盤池　薄官切。

冥谷　莫經切。冥谷之形、如正置研石。

棚除　上薄耕切。下遲據切。

踟躕　上直離切。下直誅切。行不進也。

載輸　上作代切。下式朱切。

一籠　力董切。

委粟　於詭切。積也。

程粟　直城切。課也。程粟一斛。積二千七百寸。米一斛。積一千六百二十寸。菽荅麻麥一斛。積二千四百三十寸。此據精麤爲率。使價齊而不等其器之積寸也。以米斛爲正。則同於漢志。孫子算術曰。六粟爲

圭十圭爲抄。十抄爲撮。十撮爲勺。十勺爲合。應邵曰。圭者自然之形。陰陽之始。四圭爲撮。孟康曰。六十四黍爲圭。漢志曰。量者。龠合升斗斛也。所以量多少也。本起於黃鍾之龠。用度數審其容。以子穀秬中者千有二百實其龠。以井水準其概。十龠爲合。十合爲升。十升爲斗。十斗爲斛。而五量嘉矣。

圓囷　去倫切。倉圓曰囷。

九章第六

均輸　式朱切。均、平也。輸、委也。以均平其輸委。故曰均輸。

勞費　芳未切。耗也。

乘　繩證切。數車曰乘。一本作量。

衰出　楚危切。次也。不齊等也。管子曰。相地衰征。

薄塞　上。補各切。迫也。不先代切。邊也。

輩之　補妹切。配也。俗作輩。

僦　即就切。賃也。

傭　餘封切。賃也。

重車　直隴切。輕對也。

舂　書容切。世本曰。雍父作舂。呂氏春秋曰。赤冀作舂。

程傳　張戀切。傳。郵。

絡　盧各切。

惡　烏各切。不善也。

金箠　之累切。策也。

四間　古閑切。中間也。

錐行　戶剛切。錐行衰者。下多上少。如立錐之形。

鳧　防無切。野鴨也。

牝瓦　毗忍切。

牡瓦　莫厚切。

矯天　居夭切。說文曰。揉箭箝也。俗作撟。

假田　古雅切。借也。

發　方伐切。伐也。詩曰駿發爾私。

耕　古莖切。犁也。詩曰亦服爾耕。

耰種　音憂。覆種也。孟子曰播種而耰之。

九章第七

盈不足　以成切。盈者滿也。不足者虛也。滿虛相推。以求其適。故曰盈不足。

脝　女六切。不足也。或作朒。非是。

壤　將鄰切。美石次玉曰璏。一本作準。

適足　施隻切。恰也。

桶　他孔切。

瓠　胡誤切。瓜屬也。蔓無販切。瓜蔓也。

淳酒　常倫切。厚酒也。

行酒　胡剛切。市酒也。

和漆　如字。又胡臥切。

易油　羊益切。交易也。

惡田　烏各切。不善也。

駑馬　音奴。字林曰。駘也。

之蜀賈　音古。商賈。一本作價。

返　府遠切。還也。

九章第八

方程　直成切。方者。左右也。程者。課率也。左右課率。總統羣物。故曰方程。

錯糅　女救切。雜也。

正負　上之盛切。下房久切。本數爲正。非本數爲負。正與正同名。負與負同名。同名相除。則異名者相益。異名相除。則同名者相益。一正一負。相反而相爲用。術之至也。

秉　兵永切。一禾爲秉。

稱　昌孕切。正斤兩也。俗作秤。

課　苦臥切。程也。

衡　戶庚切。權衡也。

武馬　莫下切。武馬。戎馬也。戎馬言武馬者。猶曲禮謂戎車爲武車也。取其健猛而善行也。

阪　府遠切。不平也。俗作坂。

借　資者切。從人假物也。

引　余忍切。引重也。易曰引重致遠。

綆　古杏切。汲水索。

令　力正切。官名也。

從者　疾用切。隨也。

庖　薄交切。
恢演　上苦回切。大也。下以淺切。廣也。
九章第九
句股　上古侯切。下公戶切。句短面也。股長面也。短長相推。以求其弦。故曰句股。
圍之　雨非切。周也
纏　持碾切。纏繞物也。俗作纏。
葛長　直良切。
葭　古牙切。說文曰。葦之未秀者。
閫　苦本切。門限也。
折　常列切。斷也。
抵　都禮切。
磨邑　莫禾切。
參　倉含切。俗作叅。
橫　戶盲切。從橫也。

御製題九章算術 有序

是書雖爲晉劉徽注。而其名則始見於唐。蓋自李淳風注釋。義遂大顯。北宋時人罕習者。漸以湮晦。南宋慶元中鮑瀣得其本。寫入祕閣。世亦莫得而見。明初編列永樂大典。然依韻分排。閱者鮮能究其端委。則雖存猶亡也。茲以校勘四庫全書。詞臣於斷簡零篇中。裒輯得九篇。悉符鮑瀣之舊。顧鮑本無圖。今諸臣按注意補爲之。雖未能必其盡合。皆可因注推演而知。則亦未嘗或紊。視瀣所傳。殆有過之無不及矣。算法自皇祖表章以來。可謂大備。是書至今始出。或亦顯晦有時。固有莫知其然而然者乎。夫九章昉於周官六藝教於洙泗。余雖未習其事。要不得謂非學者所當肄業及之者也。系詩題識如左。

算術由來非所學。不知難強以爲知。大成廣集欽皇祖。皇祖講明算法欽定數理精蘊儀象考成等書。實足爲萬世算學標準。六藝曾論愧仲尼。分韻笑他割裂者。補圖欣此粹完之。時爲顯晦今顯。是用摛毫作弁詞。

九章算經後序

九章算經九卷。周公之遺書。而漢丞相張蒼之所刪補也。算數之書。凡數十家。獨以九章爲經之首。以其九數之法。無所不備。諸家立術。雖有變通。推其本意。皆自此出。而且知後人無以易周漢之舊也。自唐有國用之以取士。本朝崇寧。亦立於學官。故前世算數之學。相望有人。自衣冠南渡以來。此學既廢。非獨好之者寡。而九章正經。亦幾泯沒無傳矣。近世民間之本。題之曰黃帝九章。豈以其爲隸首之所作歟。名已不當。雖有細草。類皆簡捷殘闕。懵於本原。無有劉徽李淳風之舊注者。古人之意。不復可見。每爲慨嘆。慶元庚申之夏。余在都城。與太史局同知算造楊忠輔德之論歷。因從其家得古本九章。乃汴都之故書。今祕館所定著。亦從此本寫以送官者也。謹按晉志。劉徽所注九章。實魏之景元四年。觀其序文。以謂析理以辭。解體用圖。又造重差於勾股之下。辭乃今之注文。其圖至唐猶在。今則亡矣。重差之法。今之海島算經是也。又李淳風之注。見於唐志。凡九卷。而今之盈不足方程之篇。咸闕淳風注文。意者此書歲久。傳錄不無錯漏。猶幸有此存者。今此乃是合劉李二注而爲一書云。其年六月一日乙酉迪功郎新隆興府靖安縣主簿括蒼鮑澣之仲祺謹書。

王雲五主編

叢書集成初編

九章算術

中華民國二十五年十二月初版

注釋者　劉徽　李淳風

發行人　王雲五　上海河南路

印刷所　商務印書館　上海河南路

發行所　商務印書館　上海及各埠